PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 13/14 — 15. Juli 1937. Redaktionsschluß für Nr. 16 am 1. August 1937. — 38. Jahrgang

INHALT:

Abhandlungen:

S. Erk und H. Eck, Über die Beziehung zwischen kinematischer Zähigkeit in Saybolt-sekunden und CGS-Einheiten. S. 469.

R. Lehnert, Akustische Messungen an Wirbelstraßen hinter Kreiszylinder und ebener Platte. S. 476.

F. H. Müller, Über die quasikristalline Struktur von Flüssigkeiten und Lösungen. Debyesche Rotationsbehinderung, van Arkelsche Assoziation und der Ordnungszustand. S. 498.

A. Kruis und K. Clusius, Visueller Nachweis der Umwandlungen der kondensierten Schwefelwasserstoffe H_2S und D_2S. S. 510.

E. Justi und H. Nitka, Bemerkung zu der vorstehenden Arbeit von A. Kruis und K. Clusius. S. 514.

Berichte:

H. Schober, Bericht über Farbenlehre und Farbenmessung. S. 514.

Besprechungen. S. 555.

Nachrichten. S. 556.

ABHANDLUNGEN.

Über die Beziehung zwischen kinematischer Zähigkeit in Sayboltsekunden und CGS-Einheiten.

Von S. Erk und H. Eck.

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

I. Einleitung.

Zur Bestimmung der Zähigkeit werden in manchen Industriezweigen, so z. B. in der Mineralölindustrie, immer noch vorherrschend Ausflußviskosimeter verwendet, deren Ergebnisse nicht in Einheiten des CGS-Systems, sondern in willkürlichen (konventionellen) Einheiten ausgedrückt werden. In Deutschland ist der Zähigkeitsmesser nach Engler, in England der von Redwood und in Amerika das Saybolt viskosimeter gebräuchlich. Eine Umrechnung von einem auf ein anderes konventionelles Maß ist nur auf Grund experimentell zu bestimmender Formeln oder Zahlentafeln möglich, wobei als Vergleichsgrundlage zweckmäßig die Einheiten des CGS-Systems (Poise und Stok[1]) verwendet werden.

Für das Englerviskosimeter ist diese Umrechnung bereits vor Jahren abschließend ermittelt worden[2], auch für das Redwoodviskosimeter sind die Verhältnisse durch die Untersuchungen von Barr[3] und Garner, Broom und Taylor[4] befriedigend geklärt.

Dagegen bestehen für das Saybolt viskosimeter noch große Unsicherheiten, auf die schon früher hingewiesen wurde[1] und deren Klärung der Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist.

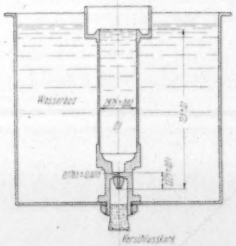


Abb. 1. Abmessungen des Saybolt-Universalviskosimeters.

Abb. 1 zeigt die wichtigsten Abmessungen des Saybolt-Universalviskosimeters[2], auf das sich die Untersuchung beschränken soll[3]. Die in Sekunden gemessene Ausflußzeit einer Ölmenge von 60 cm³, kurz Sayboltsekunden

1) Vgl. DIN **1342**.

2) S. Erk, Forsch.Arb. a. d. Geb. d. Ingenieurwesens, Nr. 288, Berlin 1927.

3) G. Barr, Journ. Soc. Petrol. Technol. **22**, 1, 1936.

4) F. H. Garner, W. E. J. Broom und J. L. Taylor (I), Journ. Soc. Petrol. Technol. **22**, 11, 1936.

1) S. Erk, Kongreßbuch Zürich des Internationalen Verbandes für Materialprüfung, S. 287, Zürich 1932.

2) Nach den Normvorschriften der American Society for Testing Materials (ASTM): Standards on Petroleum Products and Lubricants, S. 323, Sept. 1936; vgl. auch D. Holde, Kohlenwasserstofföle und Fette, S. 29, Berlin 1933.

3) Das in Amerika außerdem noch genormte Saybolt-Furol-Viskosimeter dient vorwiegend zur Bestimmung der Zähigkeit von Heizölen und anderen sehr zähen Ölen.

genannt, gibt ein Maß für die kinematische Zähigkeit des Öls. Ein genauer theoretischer Zusammenhang zwischen Sayboltsekunden und Stok ($cm^2 \cdot s^{-1}$) läßt sich nicht ableiten (vgl. S. 473).

II. Bisher aufgestellte Beziehungen.

Im folgenden sollen die wichtigsten Beziehungen zwischen Sayboltsekunden und CGS-Einheiten mitgeteilt werden; dabei bedeutet ν die kinematische Zähigkeit in Zentistok und S die Ausflußzeit in Sekunden.

1. Auf Grund sorgfältiger Messungen kommt Herschel[1]) zu folgender Umrechnungsformel:

$$\nu = 0{,}220\,S - \frac{180}{S}\,. \qquad (1)$$

2. Spiers[2]) gibt als Umrechnungsformel an:

$$\nu = 0{,}207\,S - \frac{180}{S}\,. \qquad (2)$$

3. Weiß und Woog[3]) haben die nach ihrer Ansicht wahrscheinlichsten Umrechnungswerte in einer Zahlentafel zusammengestellt.

4. Mc Cluer und Fenske[4]) teilen die ausgeglichenen Werte ihrer umfangreichen Messungen in einer Zahlentafel mit, die für Werte von $S > 5000$ der Beziehung:

$$\nu = 0{,}2042\,S + 40 \qquad (3)$$

genügt.

Auf den ausgeglichenen Versuchswerten von Mc Cluer und Fenske bauen Garner, Broom und Taylor[5]) die folgende Formel auf:

$$\nu = \frac{S}{10} \cdot 2{,}16^{\left(1 - \frac{25600}{S^2}\right)}, \qquad (4)$$

die für großes S übergeht in:

$$\nu = 0{,}216\,S\,. \qquad (5)$$

In der Arbeit von Garner, Broom und Taylor sind außerdem noch Umrechnungswerte nach einer von Larson[6]) aufgestellten Gleichung angegeben.

5. Die neueste Ausgabe der ASTM-Vorschriften[1]) enthält als Vorschlag eine Zahlentafel, deren Umrechnungswerte für 100° F und 210° F verschieden sind. Für lange Ausflußzeiten ($\nu > 100$) lauten die Beziehungen:

für $\vartheta = 100°$ F (37,8° C):

$$\nu = 0{,}217\,S \qquad (6)$$

und für $\vartheta = 210°$ F (98,9° C):

$$\nu = 0{,}215\,S\,. \qquad (7)$$

6. Aus den Versuchswerten von Mc Cluer und Fenske und den ASTM-Werten leitet Vogel[2]) folgende mittlere Formel ab:

$$\nu = \frac{S}{29{,}3}\,6{,}32^{\left[1-\left(\frac{29{,}3}{S}\right)^3\right]}, \qquad (8)$$

die für große Werte von S lautet:

$$\nu = 0{,}215_7\,S\,. \qquad (9)$$

Wie aus den für große Werte von S angegebenen Grenzformeln ohne weiteres zu ersehen ist, weichen die Umrechnungswerte um mehr als 6 Proz. voneinander ab. Bei kürzeren Ausflußzeiten sind die Unsicherheiten noch erheblich größer (vgl. Abb. 4).

III. Eigene Messungen und deren Ergebnisse.

Da uns eine größere Zahl von Ölen zur Verfügung stand, deren Zähigkeit im Temperaturbereich von 20—80° C mit einem Absolutviskosimeter[3]) hinreichend genau gemessen ist, lag es nahe, mit diesen Ölen eine Nachprüfung der Umrechnungsformeln zwischen Sayboltsekunden und Stok vorzunehmen. Zu den Messungen verwendeten wir das Sayboltviskosimeter B. S. Nr. 726, das im Bureau of Standards mit dem Normalinstrument B. S. 92 verglichen und der Reichsanstalt vom Bureau of Standards freundlichst überlassen worden war. Die Auslaufzeit eines Mineralöls betrug laut Prüfungsschein des Bureau of Standards vom 15. Juni 1933 bei 100° F = 37,8° C (Raumtemperatur 84° F = 28,9° C; Badtemperatur 100,2° F = 37,9° C) in unserem Instrument 182,24 s gegenüber 182,37 s im Normalinstrument, so daß laut Angaben des Bureau of Standards im gesamten Meßbereich keinerlei Korrekturen anzubringen sind. Mit fünf verschiedenen Normalölen der Reichsanstalt führten wir bei drei verschiedenen Temperaturen 43

1) W. H. Herschel, Technol. Pap. Bur. of Stand., Nr. 112, 1919.
2) H. M. Spiers, Technical data on fuel, World Power Conference, London 1928.
3) C. H. Weiß und P. Woog, Kongreßbuch Zürich des Internationalen Verbandes für Materialprüfungen, S. 276, Zürich 1932.
4) W. B. McCluer und M. R. Fenske, Ind. Engg. Chem. **27**, 82, 1935.
5) F. H. Garner, W. E. J. Broom und J. L. Taylor (II), Ind. Engg. Chem. **27**, 977, 1935.
6) Larson und Mitarbeiter, Nat. Petroleum News, S. 28, 1934 (28. März).

1) ASTM-Standards on Petroleum Products and Lubricants, S. 20, September 1936.
2) H. Vogel, Öl u. Kohle **13**, 153, 1937.
3) S. Erk und A. Schmidt, Physik. Zeitschr. **37**, 489, 1936.

Zahlentafel I.

Meßwerte und ausgeglichene Werte.

Öl	Zahl der Messungen	Temperatur °C	Auslaufzeit S sec	Kinematische Zähigkeit ν Zentistok	Wert von ν_{ber} nach Gleichung (13)	$100\,\frac{\nu-\nu_{ber}}{\nu_{ber}}$
1930/1	2	19,9	36,90	3,265	3,230	+1,03
1935/2	2	19,9	84,28	10,46	10,44	+0,12
1929/1	4	19,6	661,0	140,4	138,8	+1,16
1934/1	2	19,3	2385	506,9	500,9	+1,20
1934/1	1	19,2	2399	511,0	503,8	+1,43
Rizinusöl	3	20,0	5106	1067	1072	−0,50
1935/2	2	39,5	51,9	7,871	7,922	−0,64
1929/1	2	34,4	187,6	39,19	39,13	+0,15
1929/1	1	38,6	209,0	43,83	43,68	+0,34
1929/1	1	38,8	210,6	44,06	44,01	+0,11
1929/1	1	39,8	216,4	45,27	45,24	+0,07
1929/1	1	41,4	223,8	47,04	46,81	+0,49
1934/1	2	41,6	622,6	129,4	130,7	−0,99
1934/1	1	41,2	637,5	132,2	133,9	−1,27
1934/1	1	40,9	648,0	134,0	136,1	−1,54
1934/1	1	38,3	742,2	154,2	155,8	−1,04
Rizinusöl	3	39,1	1248	267,1	262,1	+1,89
1935/2	3	62,3	40,17	4,221	4,239	−0,42
1929/1	1	61,6	87,6	10,60	17,22	−1,86
1929/1	2	62,2	85,0	10,57	16,60	−0,18
1929/1	1	62,7	83,6	10,25	16,26	−0,06
1934/1	2	63,7	225,3	47,83	47,13	+1,48
Rizinusöl	4	61,5	375,0	78,85	78,83	+0,03
	4	37,8	348,2	73,5	73,1	+0,55

Messungen durch, die in der Zahlentafel I zusammengestellt sind. Dabei wurde vor allem auf gute Temperaturkonstanz im Öl und Bad geachtet; im Dauerzustand mußte laut ASTM-Vorschrift die Badtemperatur bei 40° C etwa um 0,1° C, bei 60° C um 0,2° C höher als im Öl gehalten werden.

Die Versuchswerte wurden mit einer zuerst von Vogel[1]) angegebenen Formel ausgeglichen; sie lautet:

$$\nu = \frac{S}{A}\, k^{\left[1-\left(\frac{A}{S}\right)^3\right]}. \qquad (10)$$

Darin sind A und k Konstante. Für größere Werte von S gilt:

$$\nu = \frac{S}{A}\, k = cS\,, \qquad (11)$$

wenn $\frac{k}{A} = c$ gesetzt wird.

Hat man für große Werte von S die Konstante c bestimmt, so erhält man durch Einsetzen von $A = \frac{k}{c}$ in die Grundgleichung (10) und Logarithmieren:

$$k^3 \log k = (\log S + \log c - \log \nu)\,(cS)^3\,; \qquad (12)$$

woraus man die Konstante k ermitteln kann. Wir erhalten für unseren Fall:

$$C = 0{,}210; \quad k = 6{,}11 \quad \text{und} \quad A = 29{,}1$$

und somit:

$$\nu = \frac{S}{29{,}1}\, 6{,}11^{\left[1-\left(\frac{29{,}1}{S}\right)^3\right]}, \qquad (13)$$

und für großes S:

$$\nu = 0{,}210\,S\,. \qquad (14)$$

In Zahlentafel I sind die prozentualen Abweichungen der Meßwerte ν gegen die berechneten Werte ν_{ber} eingetragen und in Abb. 2 zeichnerisch dargestellt.

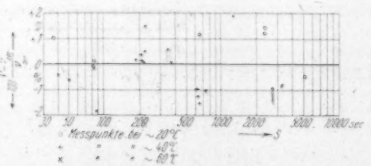


Abb. 2. Meßwerte von Erk und Eck.

Einen Einfluß der Temperatur auf die Abweichung der Versuchspunkte konnten wir im

[1]) H. Vogel, Zeitschr. f. angew. Chem. **82**, 561, 1922.

Gegensatz zu den Beobachtungen der ASTM[1]) nicht feststellen.

Der in Zahlentafel I an letzter Stelle eingetragene Versuchswert ist das Mittel aus Vergleichsmessungen, die an der Reichsanstalt und in drei Industrielaboratorien mit verschiedenen Sayboltviskosimetern ausgeführt wurden. Die einzelnen Werte weichen höchstens um 2 Proz. von dem in Zahlentafel I und Abb. 2 eingetragenen Mittelwert ab[2]).

IV. Andere neuere Messungen.

McCluer und Fenske[3]) haben Messungen mit hundert verschiedenen Ölen bei den Temperaturen 37,8° C und 98,9° C (100° F und 210° F) durchgeführt. Die kinematische Zähigkeit ihrer Öle bestimmten sie mit einem, dem Ostwaldschen Viskosimeter ähnlichen Gerät, das sie bei 20° und 37,78° C (100° F) mit Wasser eichten.

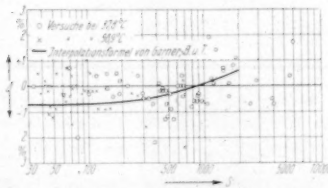


Abb. 3.

Die Abb. 3 zeigt die Abweichungen A ihrer Meßwerte von ihrer ausgeglichenen Kurve. Die Streuung ist etwas größer als bei unseren Versuchen, bleibt aber mit zwei Ausnahmen innerhalb einer Grenze von ± 2 Proz. Eine Temperaturabhängigkeit konnten McCluer und Fenske ebenfalls nicht feststellen. In das Diagramm ist ferner die von Garner, Broom und Taylor[4]) berechnete Interpolationsgleichung eingetragen, deren Gültigkeit jedoch auf Grund ihrer Ableitung nur bis $S = 2000$ s reicht. Auffällig ist bei den ausgeglichenen Versuchswerten von McCluer und Fenske, daß für große Werte von S kein linearer Zusammenhang zwischen ν und S besteht (vgl. auch Abb. 4), was im Gegensatz zu allen anderen Ergebnissen und zu theoretischen Überlegungen (s. Abschnitt VI) steht.

V. Vergleich der verschiedenen Formeln und Tafeln für die Umrechnung.

In Abb. 4 sind die Abweichungen A der aus sämtlichen oben angeführten Formeln berechneten Werte gegenüber unseren ausgeglichenen Versuchswerten (vgl. Abb. 2) aufgetragen. Die größten absoluten Unterschiede betragen mehr als 6 Proz.; für $S \leq 150$ s treten noch erheblich größere Unterschiede auf. Die ausgeglichenen Versuchswerte von McCluer und Fenske liegen für $S > 70$ s gegenüber unseren Versuchswerten bis zu 3,5 Proz., im Mittel um etwa 2,5 Proz. höher. Eine Erklärung dafür ist schwer anzugeben, denn sowohl McCluer und Fenske wie auch wir verwendeten vom Bureau of Standards geprüfte Viskosimeter, deren Korrekturen gegenüber einem Normalinstrument laut Prüfung des Bureau of Standards gleich Null zu setzen waren;

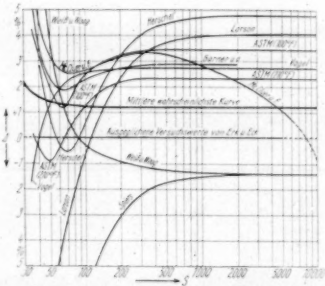


Abb. 4. Vergleich der wichtigsten Umrechnungsformeln mit den ausgeglichenen Versuchswerten von Erk und Eck (Gleichung 13).

allerdings wurde die Zähigkeit der an der Reichsanstalt verwendeten Öle mit einem Absolutviskosimeter[1]) bestimmt, während McCluer und Fenske die Zähigkeit ihrer Öle mit einem mit Wasser geeichten Relativgerät maßen. Der in Abb. 4 eingezeichneten mittleren wahrscheinlichsten Kurve (stark ausgezogen) wurden die ausgeglichenen Versuchswerte der Reichsanstalt sowie von McCluer und Fenske und die von der ASTM angegebenen sieben, aus einer Gemeinschaftsarbeit hervorgegangenen experimentellen Werte[2]), zugrunde gelegt. Diese mittlere Kurve wird am besten durch die Beziehung:

$$\nu = \frac{S}{29{,}0}\, 6{,}163^{\left[1-\left(\frac{29{,}0}{S}\right)^{3}\right]} \qquad (15)$$

wiedergegeben, deren Konstante in der oben (vgl. Gleichungen 10—13) beschriebenen Weise gewonnen werden.

1) ASTM-Standards, a. a. O.
2) H. Vogel, Öl u. Kohle **12**, 835, 1936.
3) McCluer und Fenske, a. a. O.
4) Garner, Broom und Taylor (II), a. a. O.

1) Siehe S. Erk und A. Schmidt, a. a. O.
2) ASTM-Standards, S. 21, 1936.

VI. Einige theoretische Berechnungen.

Für ein Ausflußviskosimeter von der Art des Sayboltschen lautet das Poiseuillesche Gesetz einschließlich der notwendigen Korrekturen und bei Einführung der kinematischen Zähigkeit:

$$\nu = \frac{\eta}{\varrho}, \tag{16}$$

an Stelle der dynamischen Zähigkeit η:

$$\nu = \frac{M r^4 \pi g (h_0 - h)}{8(l + \Delta l) V \log \frac{h_0}{h}} t - \frac{m V}{8\pi (l + \Delta l)} \frac{1}{t}; \tag{17}$$

darin bedeuten:

r = Radius der Kapillare,
l = Länge der Kapillare,
Δl = Couettekorrektur,
V = Ausflußvolumen in der Zeit t,
h_0 = Höhe der Flüssigkeitssäule zur Zeit $t = 0$,
h = Höhe der Flüssigkeitssäule nach der Zeit t,
t = Auslaufzeit,
M = Modul der gemeinen Logarithmen,
m = Konstante der Hagenbachschen Korrektur,
ϱ = Dichte der Flüssigkeit.

Der zweite Summand auf der rechten Seite ist die Hagenbachsche Korrektur, die jenen Teil der zur Beschleunigung der Flüssigkeit beim Eintritt in die Kapillare aufgewendeten kinetischen Energie umfaßt, der nicht wieder in statischen Druck zurückverwandelt wird. Bei der Berechnung der Hagenbachschen Korrektur wurde für die Konstante m der Wert 1,1 zugrunde gelegt.

Bei der Ableitung der Gleichung (17) ist zwar berücksichtigt, daß der Druck sich während des Ausflusses ändert, aber die Hagenbachsche Korrektur wurde als konstanter Wert für die mittlere Ausflußgeschwindigkeit eingesetzt. Diese Vereinfachung ist zulässig, solange das Korrekturglied klein ist. Berücksichtigt man für größere Werte der Hagenbachschen Korrektur auch noch deren Abhängigkeit von der Ausflußgeschwindigkeit, so erhält man die genauere Gleichung:

$$\nu = \frac{r^4 \pi g (h_0 - h)}{8 l V D} t, \tag{18}$$

worin

$$D = \ln \frac{1 - C_0}{1 - C} + C_0 - C, \tag{19}$$

mit

$$C_0 = \sqrt{1 + \frac{m g r^4}{16 \nu^2 (l + \Delta l)^2} h_0} \tag{20}$$

und

$$C = \sqrt{1 + \frac{m g r^4}{16 \nu^2 (l + \Delta l)^2} h} \tag{21}$$

gesetzt ist. Die Gleichung (18) wurde von Lidstone[1]) abgeleitet und von uns etwas vereinfacht.

In den Gleichungen (17) und (18) ist Δl die Couettekorrektur, die den Einfluß der Störungen an den Kapillarenden berücksichtigt.

Couette[2]) berechnet in seiner Originalarbeit die Hagenbachsche Korrektur mit dem Faktor $m = 1{,}0$ und findet damit für die Einlaufkorrektur den Wert $\Delta l = 6\,r$. Führt man die Rechnungen von Couette mit $m = 1{,}1$ nochmals durch, so erhält man durch geradlinige Extrapolation bis zu dem Wert $d = 0{,}1765$ cm für den mittleren Kapillardurchmesser des Sayboltviskosimeters:

$$\Delta l = 0{,}6\,d = 0{,}106 \text{ cm}. \tag{22}$$

Die Couettekorrektur beträgt somit 8,7 Proz., während sie mit dem von Couette selbst angegebenen Wert 43 Proz. betragen würde.

Wird dieser Wert für Δl in Gleichung (17) eingesetzt und dabei beachtet, daß für die vorgeschriebene Ausflußmenge von 60 cm³ $h = 3{,}87$ cm wird, so erhält man als Beziehung zwischen kinematischer Zähigkeit ν und Sayboltsekunden S:

$$\nu = 0{,}2153\,S - \frac{197}{S}. \tag{23}$$

Berücksichtigt man die in den Prüfungsscheinen des Bureau of Standards zugelassenen Toleranzen für die Abmessungen des Sayboltviskosimeters, so dürfte der Faktor 0,2153 in Gleichung (23) Werte zwischen 0,203 und 0,228 annehmen.

VII. Vergleich der theoretisch abgeleiteten Beziehung mit den empirischen Beziehungen.

In Abb. 5 sind die aus Gleichung (23) und (18) (Kurve *b*) berechneten Werte mit den empirisch gefundenen wahrscheinlichsten Werten (Nullinie *a*) verglichen; außerdem ist noch die Kurve

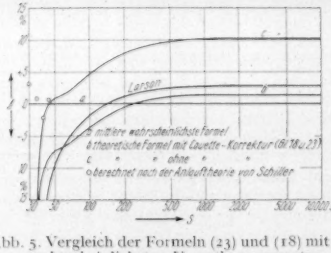


Abb. 5. Vergleich der Formeln (23) und (18) mit den wahrscheinlichsten Umrechnungswerten (Gleichung 15).

1) F. M. Lidstone, Phil. Mag. **44**, 953, 1922.
2) M. Couette, Ann. d. Chim. et Phys. (6) **21**, 433, 1890.

von Larson[1]) eingezeichnet, die in ihrem Verlauf gut mit der theoretischen Kurve b übereinstimmt. Während für $S > 200$ s die beiden Kurven a und b gut übereinstimmen, weichen sie unterhalb $S = 200$ s mit abnehmendem S immer stärker voneinander ab. In diesem Gebiet können daher die Voraussetzungen für das Poiseuillesche Gesetz nicht mehr erfüllt sein, und es lag zunächst nahe, zu prüfen, ob bei den kurzen Ausflußzeiten die laminare Strömung bereits in Turbulenz umgeschlagen ist. Ein Kriterium hierfür ist die Reynoldssche Zahl:

$$Re = \frac{wd}{\nu}, \qquad (24)$$

worin w die mittlere Strömungsgeschwindigkeit und d den Durchmesser des Rohres bedeuten. Für Reynoldssche Zahlen über der „kritischen", die bei kreiszylindrischen Rohren etwa bei $Re = 2300$ liegt, ist die Strömung turbulent. Ist V das in der Zeit S ausgeflossene Ölvolumen, so ist die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in der Kapillare während der Zeit S:

$$w = \frac{V}{r^2 \pi S} \qquad (25)$$

und somit:

$$Re = \frac{2V}{\pi r S \nu}. \qquad (26)$$

In der Zahlentafel II sind die mittleren Reynoldsschen Zahlen für verschiedene Zeiten S aufgeführt, wobei ν aus Gleichung (15) berechnet wurde.

Zahlentafel II.

S sec	40	100	1000	10000
Re	252	21,4	0,205	0,00205

Selbst wenn man berücksichtigt, daß die Reynoldsschen Zahlen bei Beginn des Ausfließens etwa doppelt so groß als die mittleren sind, bleiben sie soweit unter der kritischen Reynoldsschen Zahl, daß Turbulenz nicht auftreten kann.

Nun benötigt die parabolische Geschwindigkeitsverteilung, welche die Grundlage des Poiseuilleschen Gesetzes bildet, eine gewisse Anlaufstrecke zu ihrer Ausbildung. Diese Erscheinung hat Schiller[2]) näher untersucht. Danach ist die parabolische Verteilung nach einer Anlaufstrecke x erreicht, für die die Beziehung gilt:

$$\frac{x}{r \cdot Re} = 0{,}0575. \qquad (27)$$

1) Larson, a. a. O.

2) L. Schiller, Forschungsarb. a. d. Geb. d. Ing.-Wes., H. 248, 1922.

Für die Verhältnisse im Sayboltviskosimeter sind in Zahlentafel III die mittleren Anlauflängen x für verschiedene Zeiten S verzeichnet.

Zahlentafel III.

S sec	40	100	1000	10000
x cm	12,8	0,11	0,001	0,00001

Die Anlauflängen stellen auch hier wiederum mittlere Werte während der Dauer des Auslaufens dar, sie sind zu Beginn der Messung etwa doppelt so groß. Bei der Kapillarlänge von 0,1225 cm beträgt daher die mittlere Anlauflänge bei $S = 100$ s bereits 9 Proz. der Gesamtlänge. Bei $S = 40$ s würde die parabolische Verteilung erst etwa bei zehnfacher Kapillarlänge erreicht werden. Es ist anzunehmen, daß bei diesen kurzen Zeiten das Öl mit einer nahezu über den ganzen Kapillarquerschnitt konstanten Geschwindigkeit durch die Kapillare strömt. Die parabolische Verteilung wird in der Kapillare nicht mehr erreicht, der Reibungswiderstand des Öls in der Kapillare ist wesentlich höher als bei der parabolischen Verteilung. Eine Übereinstimmung zwischen empirischer und theoretischer Umrechnungsformel ist daher für kurze Auslaufzeiten nicht mehr zu erwarten.

Durch sinngemäße Anwendung der Schillerschen Anlauftheorie auf das Sayboltviskosimeter wurden nach dem von Schiller angegebenen Verfahren für vier verschiedene Zähigkeitswerte die zugehörigen Ausflußzeiten S durch graphische Integration ermittelt. Die Ergebnisse sind in der Zahlentafel IV zusammengestellt und in Abb. 5 eingetragen.

Zahlentafel IV.

Zentistok	1,300	2,700	4,000	5,057
S sec	30,10	35,10	39,50	44,12

Die Anlauftheorie von Schiller wird demnach durch den bei kurzen Ausflußzeiten erzielten Angleich an die mittlere Ausgleichskurve — im Gegensatz zu den Ergebnissen nach dem Poiseuilleschen Gesetz — gut bestätigt.

VIII. Über den Einfluß der Temperatur auf die Umrechnung.

Der Einfluß der Temperatur auf die Anzeige des Sayboltviskosimeters ist einerseits durch die Abkühlung des Öles im Meßglas, andererseits durch die Wärmedehnung des Röhrchens gegeben. Bei über der Raumtemperatur liegenden Öltemperaturen kühlt sich das ausfließende Öl ab, so daß die im Kolben gemessene Ölmenge

von 60 cm³ tatsächlich einer um das Abkühlungsvolumen größeren Ausflußmenge entspricht. Es fließt daher zuviel Öl aus, und die Ausflußzeit wird dadurch zu groß gemessen. Durch Versuche wurde die mittlere Temperatur im Meßkolben am Ende des Ausflusses festgestellt, die sich, wie die Abb. 6 zeigt, als von der Ausflußzeit und der

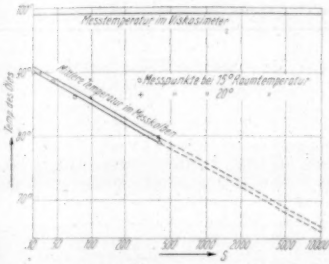


Abb. 6. Mittlere Temperatur im Meßkolben am Ende der Meßzeit.

Raumtemperatur abhängig erwies[1]). Mit einem mittleren Raumausdehnungskoeffizienten für die benutzten Öle von $0{,}7 \cdot 10^{-3}$ wurde die durch die Abkühlung herbeigeführte Volumenabnahme dV berechnet. Man darf nämlich nicht etwa die Ausflußzeit proportional der Volumenverminderung verkleinern, sondern man muß berücksichtigen, daß die unzulässige Volumenvergrößerung am Ende der Ausflußzeit erfolgt, wo ihr Einfluß mit Rücksicht auf die geringe Druckhöhe und Ausflußgeschwindigkeit wesentlich größer ist, als wenn man die mittlere Ausflußgeschwindigkeit zugrunde legen würde. Man muß daher zunächst die zeitliche Änderung des Ausflußvolumens dV/dt berechnen und erhält dafür aus Gleichung (17) die Beziehung:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{4\pi l v}{m}\left[\sqrt{1 + \frac{mr^4 gh}{16 l^2 v^2}} - 1\right]; \quad (28)$$

darin muß man für h die mittlere wirksame Druckhöhe $\bar{h} = 3{,}75$ cm am Ende der Ausflußmessung einsetzen. Von diesen Korrekturen muß man dann wieder die durch die Wärmedehnung des Kapillardurchmessers hervorgerufene, entgegengesetzt gerichtete Zeitkorrektur in Abzug bringen, die bei einer Erwärmung von 20° auf 100° C etwa 4 Promille beträgt. Diese Zeitkorrektur wurde in erster Annäherung wiederum aus der nach Gleichung (17) berechneten Zeitdifferenz ermittelt, indem in die Beziehung:

$$S = \frac{4 l V v}{r^4 \pi g h_m}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{mr^4 g h_m}{16 l^2 v^2}}\right] \quad (29)$$

einmal für v und l der Wert bei 20° C und das andere Mal der bei 100° C eingesetzt wurde; h_m bedeutet darin die über die Versuchszeit t gemittelte Druckhöhe. In Zahlentafel V sind die so berechneten Gesamtkorrekturen ΔS und die sich hieraus ergebenden Korrekturen $\Delta\nu = 100\,\frac{\nu_{100} - \nu_{20}}{\nu_{20}}$ für die aus Gleichung (15) berechneten ν-Werte bei 100° C, bezogen auf die ν-Werte bei 20° C, aufgeführt, sowie in der Abb. 7 (oben) zeichnerisch dargestellt.

Zahlentafel V.

S sec	30	40	50	80	100	200	500	1000	2000	5000	10000
ΔS sec	0,15	0,25	0,40	0,90	1,27	3,28	10,6	25	57	168	375
$\Delta\nu$ Proz.	− 3,37	− 2,05	− 1,73	− 1,48	− 1,48	− 1,68	− 2,13	− 2,59	− 2,85	− 3,36	− 3,75

Aus unseren Versuchen sowie aus denen von McCluer und Fenske[2]) läßt sich die von der Theorie geforderte Temperaturabhängigkeit nicht herleiten, wobei allerdings beachtet werden muß, daß sich unsere Versuche auf das Temperaturgebiet von 20—60° C beschränken und McCluer und Fenske bei 37,8° C (100° F) und 98,9° C (210° F) maßen. Die American Society for Testing Materials (ASTM) berücksichtigt in ihrem Entwurf für die Abänderung der bisher gültigen Vorschriften einen Einfluß der Temperatur. Als Grundlage hierzu dienten der ASTM sieben aus einer Gemeinschaftsarbeit hervorgegangene experimentelle Werte, die in Abb. 7 (unten) eingetragen sind, sowie fünf neuere amerikanische Umrechnungstafeln, wovon jedoch nur zwei eine Abhängigkeit der Umrechnung von der Temperatur verzeichnen. Während jedoch eine Überlegung über den Einfluß der Auslaufzeit auf die Abkühlung der ausgeflossenen Ölmenge und damit auf die Größe der Korrektur ergibt, daß diese für $S > 100$ s zunächst noch zunehmen und erst bei sehr langen Ausflußzeiten einem Grenzwert zustreben muß, bleibt nach der ASTM-Zahlentafel diese Korrektur von $S = 100$ s ab konstant.

Nach allem Vorhergehenden scheint somit der Temperatureinfluß durch die experimentellen

1) Vgl. auch W. H. Herschel, Techn. Pap. Bur. Stand., Nr. 210, 1922.

2) McCluer und Fenske, a. a. O.

Ergebnisse keineswegs schon soweit aufgeklärt zu sein, daß sich seine Berücksichtigung in der vorliegenden Arbeit als durchaus notwendig erwiesen hätte; andere Vorgänge, so vor allem

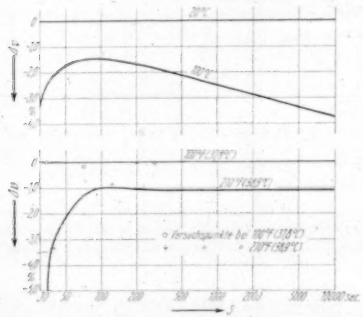


Abb. 7. Einfluß der Temperatur auf die Umrechnung. Oben: theoretisch. — Unten: nach ASTM.

Störungen der Strömung beim Eintritt in die Kapillare und die anschließende Entwicklung der parabolischen Geschwindigkeitsverteilung, Tropfenbildung usw., scheinen sich dem Temperatureinfluß zu überlagern. Jedenfalls ist der Unterschied zwischen den Ergebnissen der verschiedenen experimentellen Untersuchungen so groß, daß es uns nicht gerechtfertigt erscheint, den verhältnismäßig geringfügigen bzw. schwer experimentell nachweisbaren Temperatureinfluß zu berücksichtigen, wodurch einerseits die Umrechnung erschwert und ihr andererseits eine Genauigkeit zuerkannt wird, die sie unseres Erachtens nicht besitzt[1]). Bei der Aufstellung der mittleren wahrscheinlichsten Umrechnungsformel Gleichung (15) haben wir daher den Temperatureinfluß außer acht gelassen.

IX. Zusammenfassung.

Verschiedene Formeln und Tafeln für die Umrechnung von kinematischer Zähigkeit aus Sayboltsekunden in CGS-Einheiten (Stok) werden miteinander verglichen und durch Messungen geprüft.

Als mittlere wahrscheinlichste Umrechnungsformel wird die Gleichung

$$\nu = \frac{S}{29{,}0} \cdot 6{,}163^{\left[1-\left(\frac{29{,}0}{S}\right)^3\right]}$$

aufgestellt, die für Auslaufzeiten $S > 400$ s in die einfachere Gleichung

$$\nu = 0{,}212_5\, S$$

übergeht.

Anschließend werden noch einige Berechnungen durchgeführt, die einen Einblick in die Strömungsverhältnisse im Sayboltviskosimeter geben; dabei wird gefunden, daß bei kleinen Ausflußzeiten die parabolische Geschwindigkeitsverteilung in der Kapillare überhaupt nicht mehr erreicht und somit das Poiseuillesche Gesetz nicht mehr angewendet werden kann. Auch die Abhängigkeit der Umrechnungsformel von der Temperatur wird experimentell und rechnerisch geprüft und gefunden, daß man den Temperatureinfluß gegenüber der im ganzen erreichbaren Genauigkeit vernachlässigen darf.

Berlin-Charlottenburg, März 1937.

(Eingegangen 9. März 1937.)

1) Wir halten auch auf Grund des Vergleiches zahlreicher Veröffentlichungen die von F. H. Garner und W. G. H. Broom (Journ. Soc. Petrol. Technol. **22**, 27, 1936) an der Meßgenauigkeit des Engler-Viskosimeters geübte Kritik nicht für berechtigt.

Akustische Messungen an Wirbelstraßen hinter Kreiszylinder und ebener Platte.

Von Richard Lehnert.

I. Einleitung.
1. Praktische Bedeutung von Wirbelfrequenz- und Widerstandsmessungen.
2. Bisherige Untersuchungen zur Wirbelablösung an Kreiszylindern und ebenen Platten.
3. Ziel der eigenen Untersuchungen.
II. Beschreibung der Versuchsanlage.
1. Der Windkanal.
2. Die elektrische Regulierung.
3. Der Versuchskanal.
4. Die Waage.
5. Die Verkleidung der Waage.
6. Aufhängung der Platten.
7. Durchführung der Plattenträger durch die Kanalwände.
8. Aufspannung von Zylindern und Platten für die Freistrahlversuche.
9. Messung der Windgeschwindigkeit.
10. Korrektur der Staudruckanzeige für die Freistrahlmessungen.
III. Durchführung der Versuche und Ergebnisse.
1. Wirbelfrequenzen an Kreiszylindern.
2. Wirbelfrequenzen an schräg angeströmten Zylindern.
3. Wirbelfrequenzen an Platten.
4. Wirbelabstände an Platten.
5. Das Verhalten der Wirbelfrequenzen und -abstände in Plattennähe.
6. Widerstandsmessungen an Platten.
7. Berechnung des Widerstandsbeiwertes nach der Kármánschen Formel.
IV. Zusammenfassung.
Literaturverzeichnis.

I. Kapitel: Einleitung.

1. Praktische Bedeutung von Wirbelfrequenz- und Widerstandsmessungen.

Die Ablösung von Wirbeln bei geometrisch einfachen Körpern im Luftstrom begegnet besonderem Interesse der konstruktiven Praxis. Die Wirbelbildung ist der wesentliche Grund für das Auftreten des hydrodynamischen Widerstandes, soweit man von Reibungswiderständen absehen kann. Den Zusammenhang zwischen Widerstand und Wirbelstraßenstruktur hat v. Kármán in einer grundlegenden Arbeit geklärt (siehe unten). Die Regelmäßigkeit der Wirbelablösung, die einerseits eine Möglichkeit zu einer angenäherten Berechnung des Widerstandes gibt, bedeutet andererseits eine erhebliche Gefahr für Stabilität und Festigkeit, wenn die abgelösten Wirbel den Körper zu Resonanzschwingungen anregen können. So besteht für die Praxis des Flugzeugbaues die Notwendigkeit, das Verhalten der Strömung um Streben, Stoßstangen usw., die dem Luftstrom ausgesetzt sind, zu kennen. Bei Antennen und Freileitungen spielt neben dem Widerstand die Gefahr der oben erwähnten Resonanzschwingungen eine beachtliche Rolle. Auch für Bauwerke (hohe Türme, Schornsteine, Gerüste und Verspannungen von Gasbehältern) sind diese Fragen von Bedeutung. Die Wirbelablösung an Verspannungen u. dgl. hat ferner einen gewissen Anteil am Problem der Lärmbekämpfung.

2. Bisherige Untersuchungen zur Wirbelablösung an Kreiszylindern und ebenen Platten.

Schon Strouhal (1) erkannte bei Untersuchungen über Hiebtöne, daß eine periodische Luftbewegung, bedingt durch „diskontinuierliches Abreißen der Luft", als Ursache der Tonerzeugung bei rasch bewegten Stäben sowie bei angeblasenen Drähten anzusehen ist. Auf Grund seiner Versuche mit kreiszylindrischen Stäben und Drähten, die er mittels eines Rundlaufes näherungsweise translatorisch normal zur Achse durch die Luft bewegte, ermittelte er die Beziehung

$$\frac{ND}{U} = \text{const}\,,$$

wobei N = Tonfrequenz, D = Durchmesser und U = Geschwindigkeit des Zylinders bedeutet. Bei kleinen Geschwindigkeiten und kleinen Durchmessern, d. h. kleinen Reynoldsschen Zahlen, erhielt er systematische Abweichungen. Seine Ergebnisse wurden teils durch Abhören der Hiebtöne selbst, teils durch Bestimmung der Eigenfrequenz von durch die Hiebtöne zu Resonanzschwingungen angeregten Drähten gewonnen.

Über den Mechanismus dieser periodischen Luftbewegung brachten erst die Lehren von der hydrodynamischen Ähnlichkeit sowie insbesondere die theoretischen und experimentellen Feststellungen über die Struktur des Nachstromes eines in einer Flüssigkeit bewegten Körpers Klarheit. Danach ist die Dimensionslose $\frac{ND}{U}$ eine Funktion der Reynoldsschen Zahl $Re = \frac{UD}{\nu}$ (ν = kinematische Zähigkeit).

Rayleigh (2) beweist die Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl, indem er $\frac{ND}{U} = f\left(\frac{\nu}{UD}\right)$ in eine Reihe entwickelt, die er mit dem zweiten Glied abbricht und deren Konstanten aus den Strouhalschen Messungen gewonnen werden. Er findet gute Übereinstimmung zwischen seiner Formel und den Strouhalschen Ergebnissen (Fig. 1).

Bénard (3) wies als erster durch eingehende Strömungsbeobachtung mittels einer von ihm entwickelten optischen Methode die regelmäßige Anordnung der Wirbel hinter umströmten Körpern zu Wirbelstraßen nach.

Theoretisch hat v. Kármán (4) mittels der Methode der kleinen Schwingungen gezeigt, daß eine stabile, unsymmetrische Anordnung der Wirbelgebilde mit der Stabilitätsbedingung $\frac{h}{l} = 0{,}281$ (h = Quer- und l = Längsabstand der einzelnen Wirbel) besteht. Unter der Annahme, daß in einiger Entfernung hinter dem Körper stabile Wirbelanordnung erhalten bleibt und die Flüssigkeit in genügend großer Entfernung vor dem Körper in Ruhe ist, gelang es v. Kármán ferner durch Anwendung des Impulssatzes unter Benutzung seiner theoretischen Ergebnisse den Widerstand zu berechnen. Mit

$$W = c_W \frac{\varrho U^2}{2} D$$

(W = Widerstand pro Längeneinheit des Körpers, ϱ = Dichte der Flüssigkeit, U = Anströmungsgeschwindigkeit, D = Körperdurchmesser oder Plattenbreite) ergibt sich der Widerstandsbeiwert

$$c_W = 2\left[0{,}799\,\frac{u}{U} - 0{,}323\left(\frac{u}{U}\right)^2\right]\frac{l}{D}\,,$$

wobei $\frac{u}{U}$ (u = Geschwindigkeit des Wirbelsystems) und $\frac{l}{D}$ nach v. Kármán nicht rechnerisch, sondern experimentell ermittelt werden,

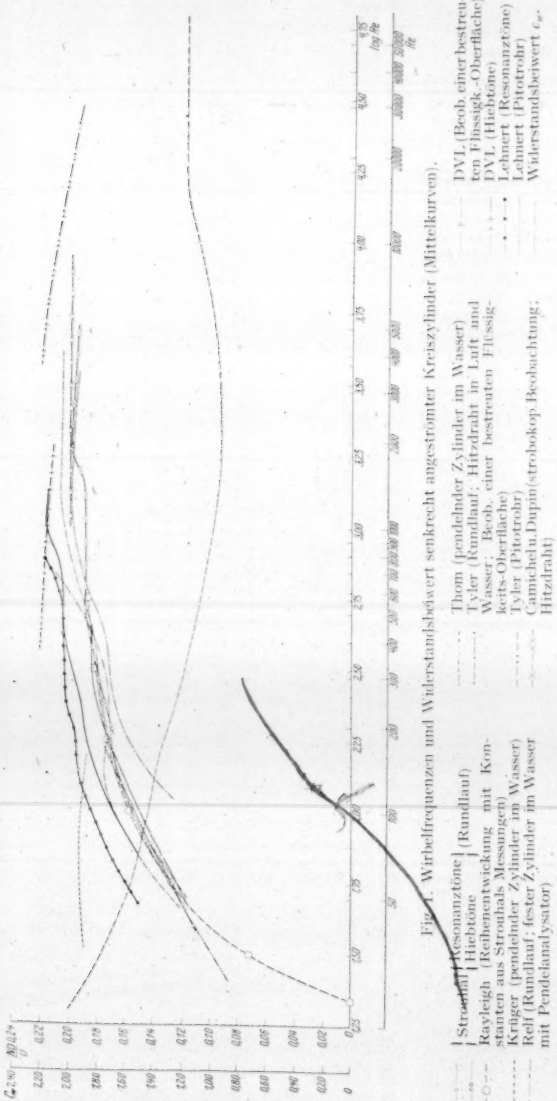


Fig. 1. Wirbelfrequenzen und Widerstandsbeiwert senkrecht angeströmter Kreiszylinder (Mittelkurven).

v. Kármán und Rubach fanden:

$$\left(\frac{u}{U}\right)_{\text{Platte}} = 0{,}20\,;$$

$$\left(\frac{u}{U}\right)_{\text{Zyl.}} = 0{,}14\,;$$

$$\left(\frac{l}{D}\right)_{\text{Platte}} = 5{,}5\,;$$

$$\left(\frac{l}{D}\right)_{\text{Zyl.}} = 4{,}3\,.$$

Eine theoretische Betrachtung von Heisenberg (5) lieferte dafür die Werte

$$\left(\frac{u}{U}\right)_{\text{Platte}} = 0{,}229$$

und

$$\left(\frac{l}{D}\right)_{\text{Platte}} = 5{,}45^{1})\,.$$

Unter Benutzung der empirischen Werte von v. Kármán und Rubach haben Krüger und Lauth (6) mittels der Beziehung

$$N \cdot l = U - u$$

(N = Wirbelfrequenz) für Kreiszylinder die dimensionslose Frequenz

$$\frac{ND}{U} = 0{,}20$$

berechnet. Dieser Wert ist in guter Übereinstimmung mit der Frequenz der Strouhalschen Hiebtöne. Somit haben Krüger und Lauth die Zurückführung der Hiebtöne auf Wirbelablösung nachgewiesen. Spätere Versuche Krügers (7) zur hydrodynamischen Erklärung der Hiebtöne führten zu einem mittleren Wert $\frac{ND}{U} = 0{,}192$. Sieht man davon ab, daß Krüger noch keine Abhängigkeit der Frequenz von der *Re*-Zahl feststellte, so ist

1) Vgl. dazu aber die Einwände von L. Prandtl, Physik. Zeitschr. **23**, 396, 1922.

dieser $\frac{ND}{U}$-Mittelwert, der nahezu mit dem von Krüger und Lauth aus den v. Kármán und Rubachschen Messungen errechneten $\frac{DN}{U}$-Wert übereinstimmt, als ein experimenteller Nachweis der Identität von Hiebtönen mit Wirbelfrequenzen anzusehen.

Neuere Untersuchungen nach der Strouhalschen Art führte Relf (8) durch. Sein Rundlauf war direkt mit der Welle eines Elektromotors gekoppelt. Außerdem untersuchte Relf Wirbelfrequenzen an feststehenden Zylindern im Wasserkanal. Die Frequenzen wurden mittels eines feinen in die Wirbelstraße eintauchenden Pendels analysiert. Die Ergebnisse schließen sich nach kleinen Reynoldsschen Zahlen hin den Rundlaufmessungen gut an (gemeinsame Mittelkurve in Fig. 1).

Von Thom (9) wurden außer Frequenzen noch Wirbelabstände und Wirbelstärken gemessen unter Benutzung eines dünnen Hilfszylinders, der parallel zum Hauptzylinder – mit derselben Periode wie dieser schwingungsfähig – etwa in Wirbelstraßenmitte aufgehangen war. Die dimensionslosen Frequenzen, die etwa dasselbe Gebiet Reynoldsscher Zahlen überdecken wie die Strouhalschen Hiebtonfrequenzen, sind mit jenen im Mittel – abgesehen von beträchtlicher Streuung – übereinstimmend bis auf die Endwerte, deren Mittel bei etwa $Re = 700$ den Zahlwert 0,210 haben. Wie noch an Messungen anderer Autoren gezeigt wird, scheinen diese letzten Werte durchaus reell zu sein.

Sehr vielseitige Möglichkeiten der Frequenzbestimmung zeigte Tyler (10). Soweit es sich um prinzipiell bekannte Methoden handelt, wie Beobachtung mittels Bestreuung einer Flüssigkeitsoberfläche mit Aluminium- oder Lykopodium-Pulver, Rundlaufmessungen, sowie Hitzdrahtbestimmungen in Luft und Wasser, soll auf Versuchsanordnungen nicht näher eingegangen werden. Neu ist die Analysierung der Wirbelfrequenz mittels eines feinen Pitotröhrchens (11). Es wurde als Sonde in das Wirbelgebiet des Zylinders gebracht, wo die Frequenz der zeitlichen Luftdruckschwankungen an einem festen Ort, d. h. die Frequenz des Auftreffens der einzelnen Wirbelgebilde auf den Staupunkt des Gerätes, aufgenommen und am hinteren Ende des Pitotröhrchens mit dem Ohre abgehört wurde. Die Messungen, die hauptsächlich zur Bestimmung kritischer Strömungsgeschwindigkeiten und ferner der Bestimmung der Frequenz als Funktion des Anstellwinkels dienten, führten bis zur unteren Grenze des Frequenzbereiches und erstreckten sich über ein Gebiet der Reynoldsschen Zahlen 44,3 bis 180. Der untere Teil des Anstiegsastes der $\frac{ND}{U}$-Kurve liegt gegenüber den Tylerschen Ergebnissen aus den oben angeführten Methoden etwa 13 bis 14 Proz. höher. Beide Kurven umschließen die Strouhalsche bis zu $Re \sim 180$, wo sie näherungsweise mit dieser zusammentreffen. Der weitere Verlauf der Tylerschen Kurve aus Luft- und Wassermessungen – die Luft- und Wassermessungen fallen übrigens gut zusammen – ist sehr interessant, weil kein stetiger Anstieg bis zu einem Konstantwert erfolgt, sondern eine Art Stufe bei $Re \sim 200$ mit dem $\frac{ND}{U}$-Wert 0,18 bis $Re \sim 400$ auftritt (Fig. 1). Erst nach erneutem Anstieg von hier aus erreicht der Wert $\frac{ND}{U}$ bei $Re \sim 1000$ mit 0,20 sein Maximum, das bis $Re \sim 4000$, der Grenze der Messungen, beibehalten wird.

Camichel und Dupin (12) führten mehrere Wirbelfrequenzmeßreihen an Zylindern über den Bereich der *Re*-Zahlen 47 bis etwa 10000 durch. Die untere Grenze ist die von ihnen ermittelte kritische Reynoldssche Zahl des Auftretens der unsymmetrischen Wirbelstraße mit $\frac{ND}{U} = 0{,}117$. Ein konstantes $\frac{ND}{U}$ wird etwa bei $Re = 350$ mit 0,185 erreicht und bis $Re = 450$, der oberen Grenze der Untersuchungen bei kleinen *Re*-Zahlen, beibehalten. Die Ergebnisse der Versuche bei großen *Re*-Zahlen von 1000 bis 10000 streuen um den Wert $\frac{ND}{U} = 0{,}200$. Der Zusammenhang der Resultate beider Meßreihen im *Re*-Zahlgebiet 450 bis 1000 fehlt. Außer der Hitzdrahtmethode wurde zur Ermittlung der Frequenzen folgende benutzt. Ein genügend langer, weißer Faden wurde in die Mitte der Wirbelstraße gebracht und seine der Flüssigkeitsbewegung angepaßten Schwingungen stroboskopisch beobachtet.

Die neuesten Frequenzmessungen, die nach Abschluß der experimentellen Untersuchungen vorliegender Arbeit veröffentlicht wurden, stammen von Blenk, Fuchs und Liebers aus der DVL. (13). Sie liegen im Gebiet der *Re*-Zahlen 350 bis 2000 für Versuche im Wasserkanal und etwa 3500 bis 30000 für Windkanalmessungen, erstere durch Augenbeobachtung (Abzählen der Wirbel pro Zeit) und letztere durch Abhören der entstehenden Töne gewonnen.

Lock (14) berechnete mit der Kármánschen Widerstandsformel aus Frequenzen von Relf (8) und Relf und Simmons (15) und Wirbelabständen von v. Kármán und Rubach den Widerstandsbeiwert für Zylinder. Die so gewonnene c_w-Kurve zeigt in großen Zügen

qualitative Übereinstimmung mit der Kurve der experimentellen c_w-Werte aus Messungen des National Physical Laboratory bis $Re = 10^4$ und Göttinger Messungen bei höheren Re-Zahlen. Zahlenmäßig liegt die berechnete c_w-Kurve maximal 14 bis 20 Proz. tiefer als die experimentell ermittelte, abgesehen von einem kleinen Gebiet in der Umgebung von $Re = 2000$, wo die berechnete Kurve rund 4 Proz. über der experimentellen liegt.

Für ebene Platten bestehen bisher nur wenige Arbeiten, die sich im wesentlichen auf die Untersuchung der Frequenz als Funktion des Anstellwinkels beschränken. Die Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl scheint dagegen noch wenig gesichert.

Fage und Johansen (16) haben durch nur sechs Meßpunkte mittels Hitzdrahtmessungen für Reynoldssche Zahlen 32000 bis 180000 für senkrechte Anströmung eine Konstanz von $\frac{ND}{U} = 0{,}146$ mit einer Streuung von $\pm 1{,}4$ Proz. festgestellt. Eine zur Ermittelung der Abhängigkeit der dimensionslosen Frequenz vom Anstellwinkel Θ im Bereich $90° < \Theta < 12°$ ($\Theta = 90°$ bedeutet senkrechte Anströmung) durchgeführte Meßreihe zeigt ein erst schwaches und dann starkes Ansteigen der Frequenz mit abnehmendem Anstellwinkel. Ab 0° bis 0° vermuten die Verfasser einen weiteren $\frac{ND}{U}$-Anstieg. Durch Einführung der Projektion der Plattenbreite auf die Normalebene zur Strömungsrichtung ($D \sin \Theta$) an Stelle von D in $\frac{ND}{U}$ erhielten sie annähernd einen konstanten Wert 0,148 für die Dimensionslose im Anstellwinkelbereich 90° bis 30°.

Für kleinere Re-Zahlen führte Tyler (10) Messungen der Frequenzabhängigkeit vom Anstellwinkel durch. Bei Auftragung seiner vier Frequenzwerte für senkrechte Anströmung über Re erkennt man ein Maximum in der Nähe von $Re = 1500$ (Fig. 10). Tyler selbst hat diese Auftragung nicht vorgenommen, da er die Abhängigkeit der Frequenz von der Reynoldsschen Zahl nicht untersuchte. Bei Variation des Anstellwinkels hätte wegen $\frac{ND}{U} = f(Re)$ die Anströmungsgeschwindigkeit innerhalb einer Meßreihe unverändert bleiben müssen, was jedoch Tyler nicht berücksichtigt hat. Insbesondere liegen bei zwei Versuchsreihen die Reynoldsschen Zahlen, auf D bezogen, für kleine Anstellwinkel bei $Re = 368$, bzw. $Re = 1008$, für senkrechte Anströmung bei $Re = 1555$, bzw. $Re = 2730$. Der Anstellwinkel $\Theta = 0°$ (Parallelanströmung) wird nur bei einer Meßreihe, für die auch die Re-Zahl etwa als konstant anzusehen ist, erreicht mit $\frac{ND}{U} = 0{,}970$ und 1,09 (Fig. 12).

Untersuchungen der Anstellwinkelabhängigkeit für Wirbelfrequenzen an Platten wurden im Anschluß an Zylindermessungen (siehe S. 489) auch in der DVL. angestellt. Die Ergebnisse stimmen qualitativ mit den englischen Ergebnissen überein (Fig. 12). In der Figur ist nur die Kurve aufgetragen, die der Meßreihe entspricht, bei der der Anstellwinkel 0° erreicht wurde. Die Verfasser erhielten mit der Projektion des Widerstandsprofiles auf die Normalebene zur Strömung, $P = D \sin \Theta + \delta \cos \Theta$, wobei D = Breite der Platte, δ = Dicke der Platte und Θ = Anstellwinkel, eine vom Anstellwinkel nahezu unabhängige Dimensionslose

$$\frac{NP}{U} \sim 0{,}18 .$$

3. Ziel der eigenen Untersuchungen.

Aus den Darlegungen des vorhergehenden Abschnittes ist zu ersehen, daß schon seit längerer Zeit – in gesteigertem Maße in neuerer Zeit – sowohl in Wasser wie in Luft und mit verschiedenen Methoden Messungen an Wirbelstraßen ausgeführt worden sind. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen weichen jedoch in verschiedenen Punkten, zum Teil nicht unerheblich, voneinander ab. Dies gilt insbesondere für die kleineren Reynoldsschen Zahlen. Es erschien daher noch angezeigt, in dem letztgenannten Gebiet weitere Messungen auszuführen. Sie erstreckten sich auf senkrecht und schräg angeströmte Zylinder und senkrecht und unter Anstellwinkeln im Bereich von 0° bis 90° angeströmte Platten. Da die Messungen an Drähten und schmalen Platten im Luftstrom ausgeführt wurden, wobei die Wirbelfrequenz im hörbaren Gebiet lag, ergaben sich zwanglos akustische Methoden als angebracht.

Bei den Zylindern (Drähte) war die Möglichkeit gegeben, zwei verschiedene akustische Methoden nebeneinander zu benutzen, nämlich das Abhören mittels Pitotrohr (wie Tyler), und an den Resonanzpunkten der Saiten die Bestimmung aus dem Resonanzton, die wohl in der klassischen Untersuchung von Strouhal benutzt wurde, aber seitdem in den Hintergrund getreten zu sein scheint.

Der Bereich Reynoldsscher Zahlen für die Zylinderuntersuchungen erstreckt sich von $Re = 50$ bis 1350, d. h. sie liegen im wesentlichen in dem Gebiet, wo $\frac{ND}{U}$ mit steigendem Re

merklich ansteigt, die Messungen reichen jedoch noch in das Gebiet hinein, in dem die dimensionslosen Frequenzen unabhängig von der Reynoldsschen Zahl sind. Für schräg angeströmte Zylinder lag nur die Untersuchung von Tyler vor. Daher erschienen auch hierfür neuerliche Messungen angebracht.

Während bei den bisherigen Messungen der Wirbelfrequenz hinter umströmten Platten der Einfluß der Reynoldsschen Zahl unberücksichtigt geblieben war, wurde durch unsere entsprechenden Messungen auch dieser Einfluß für die verschiedenen Anstellwinkel untersucht. Außer diesen Frequenzmessungen wurden nun bei den Platten durch einen zweckmäßigen Ausbau der Pitotrohr-Methode auch Messungen der Wirbelabstände ausgeführt. Beide Messungen zusammen gestatten unter Benutzung der Kármánschen Theorie den Widerstandsbeiwert zu errechnen, wie es ähnlich bereits von Fage und Johansen, jedoch nur im Gebiet konstanten Widerstandsbeiwertes, ausgeführt worden war. Um den Vergleich zwischen Theorie und Versuch möglichst exakt durchführen zu können, wurden auch noch Widerstandsmessungen durch Wägung ausgeführt, worüber im Gebiet kleiner Reynoldsscher Zahlen noch keine Versuche vorlagen[1]). Diese Widerstandsmessungen wurden im übrigen auch noch auf andere Anstellwinkel bis herunter zu 0° ausgedehnt, worüber bei kleineren *Re*-Werten noch keinerlei Messungsergebnisse veröffentlicht waren.

Bei der Messung der Wirbelabstände hinter der Platte ergab sich, daß der Wirbelabstand eine Funktion der Entfernung von der Platte ist. Diese sowohl wie eine entsprechende Abhängigkeit der Wirbelfrequenz bildete ein weiteres Untersuchungsobjekt.

II. Kapitel: Beschreibung der Versuchsanlage.

1. Der Windkanal.

Der Windkanal ist in seiner ursprünglichen Anordnung von Linke beschrieben worden (17). Daher soll an dieser Stelle nur kurz darauf eingegangen werden unter Berücksichtigung der inzwischen erfolgten Änderungen.

1) Kurz vor dem Abschluß dieser Messungen erschien eine Arbeit von O. Flachsbart über den Widerstand von Platten, die dasselbe *Re*-Zahlengebiet behandelt, jedoch sich nur auf Senkrechtanströmung erstreckt. ZAMM. **15**, 32, 1935.

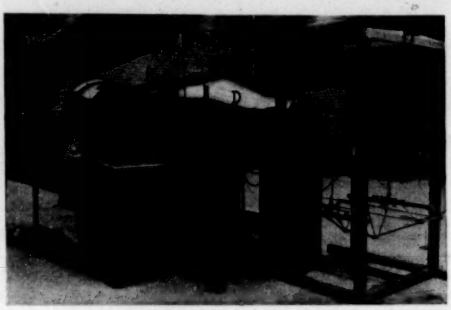


Fig. 2. Freistrahlapparatur mit elektrischer Regulier-einrichtung.

Fig. 2 zeigt die im Lichthof des Physikalischen Institutes (Länge 35 m, Höhe 10 m, Breite 15 m) eingebaute Anlage. Ein Siemens-Betz-Schraubengebläse saugt aus dem freien Raume die Luft an, die in einen Diffusorkanal *K* gedrückt wird und als Freistrahl durch die Düse *D* austritt. Der Luftstrom wird durch ein Leitschaufelsystem in 55 cm Abstand hinter dem Gebläse rotationsfrei gemacht. Ein Gleichrichter sowie Drahtsiebe im größten Diffusorquerschnitt sorgen für eine gleichgerichtete und annähernd homogene Strömung. Die noch über den Gleichrichterquerschnitt bestehenden Geschwindigkeitsdifferenzen werden durch die Düse ausgeglichen, deren Querschnittsverhältnis 1 : 4 beträgt. Dadurch werden Schwankungen der kinetischen Energie von beispielsweise ± 16 Proz. im großen Querschnitt auf ± 1 Proz. im Freistrahl herabgesetzt; das entspricht Geschwindigkeitsschwankungen im Freistrahl von nur $\pm \frac{1}{2}$ Proz.[1]).

Auf Grund zahlreicher Versuche zur Beseitigung des Windkanallärms waren sämtliche in unmittelbarer Nähe der Ansaugseite des Ventilators befindlichen Apparaturteile, soweit sie nicht aus Gründen der Betriebssicherheit belassen werden mußten, entfernt worden. Durch die Demontage zweier Vertikalstreben und des engmaschigen Schutzgitters, sowie hauptsächlich durch das Polieren der Oberfläche der Ventilatorschraubenblätter auf Hochglanz[2]), gelang es, außer der damit erzielten bedeutenden Lärmverminderung, eine maximale Geschwindigkeit des Luftstromes von etwa 20 m/sec bei Dauerbelastung und etwa 21 m/sec bei Kurzbelastung

1) Vgl. z. B. L. Prandtl, Ergebn. d. Aerodyn. Versuchsanst. Göttingen, 1. Lieferung, S. 11, 1925.
2) Auf Empfehlung von Herrn Schilhansl.

zu erreichen, was im Vergleich zur Maximalgeschwindigkeit vor dem Umbau einer Geschwindigkeitssteigerung von rund 21 Proz. bzw. 27 Proz. entspricht.

2. Die elektrische Regulierung.

Da aus technischen Gründen von der Institutsakkumulatorenbatterie als Energiequelle abgesehen werden mußte, mußte die elektrische Einrichtung des Windkanals grundlegend umgestaltet werden. Das nunmehr benutzte städtische Gleichstromnetz von 220 bzw. 330 Volt bedurfte erst einer stabilisierenden Zwischenstufe, um die zeitlichen Spannungsschwankungen, die etwa $\pm$ 5 Proz. betrugen, hinreichend zu beseitigen. Dazu wurde ein Satz von 20 parallel geschalteten „Osram"-Eisen-Wasserstoff-Röhren gewählt (Fig. 3). Die ganze Kombination E-W-R einschließlich eines parallel dazu geschalteten Voltmeters VM liegt in Serie mit Anlasser A, Kastenwiderstand KW, Feinregulierwiderstand FW, Motor M und Amperemeter AM. Jede der

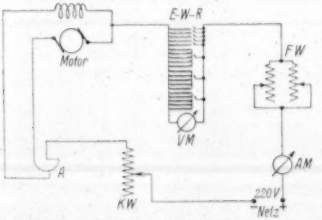


Fig. 3. Schaltschema zur elektrischen Anlage des Windkanals.

Widerstandslampen hat bei einer Stromaufnahme von 1 Ampere ein mittleres Spannungsgefälle von 80 Volt und besitzt einen Regulierbereich von 40 bis 120 Volt. Durch stufenweises Zuschalten der Röhren in Verbindung mit dem Feinregulierwiderstand FW läßt sich in dem Bereich von 1 m/sec bis 21 m/sec jede Geschwindigkeit des Freistrahles mit angenähert derselben Konstanz einstellen, die auch der Akkumulatorenantrieb zeitigte

(Akku: $\pm$ 0,3 Proz.;
Netz mit E-W-R: $\pm$ 0,7 Proz.).

3. Der Versuchskanal.

Ein Teil der Frequenzmessungen (Zylinder und teilweise Platte) und die Messung der Wirbelabstände (Platte) wurden im Freistrahl durchgeführt.

Für die Widerstandsmessungen und die Frequenzmessungen bei senkrechter Anströmung der Platten lag die Versuchsstrecke in einem 70 cm langen Kanal von rechteckigem Querschnitt mit den Dimensionen 68 $\times$ 12 cm². Die aus Sperrholz bestehenden Seitenwände waren fest mit einem Holzgerüst verspannt, das gleichzeitig die Waage trug. Kanaldecke und -boden bestanden aus Pappe. Als Verbindungsstück zwischen Düsenöffnung des Windkanales und der Versuchsstrecke diente eine Pappdüse von 50 cm Länge.

4. Die Waage.

Die Bestimmung des Widerstandes bei kleinen Reynoldsschen Zahlen erforderte eine sehr empfindliche Waage. Dieser Forderung genügte eine im wesentlichen auf einem Entwurf von Burbach beruhende Zweikomponenten-

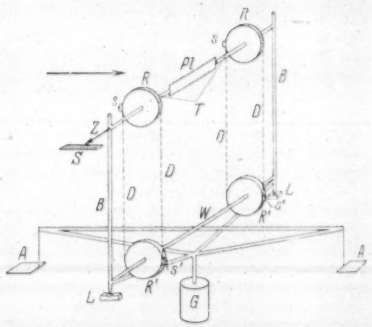


Fig. 4. Schematische Darstellung der Waage.

waage, die Linke für seine Messungen am Zylinder benutzte [vgl. W. Linke (17), Kap. II, 3, Fig. 6].

Für unsere Plattenmessungen erfuhr die Waage einen Umbau. Da der Luftstrom gut horizontal war, wurde auf den Apparaturteil für die Messung der vertikalen Kraftkomponente verzichtet. Die neue Anordnung ist in Fig. 4 schematisch dargestellt. Die Platte Pl ist mittels zweier besonders ausgebildeter Träger T, die in Abschnitt 6 ausführlich beschrieben werden, zwischen den Vertikalarmen B des um die Lagerpunkte L drehbaren Hebelsystems aufgespannt. Durch geeignete Belastung der Waagschalen A können die an der Platte auftretenden Kräfte ausgeglichen werden. Die Gleichgewichtsstellung der Waage kann durch einen am Hebelarm B befestigten Zeiger Z an einer Skala S festgestellt werden.

Die zusätzliche Aufspannvorrichtung erhöhte den Schwerpunkt der Waage derart, daß die

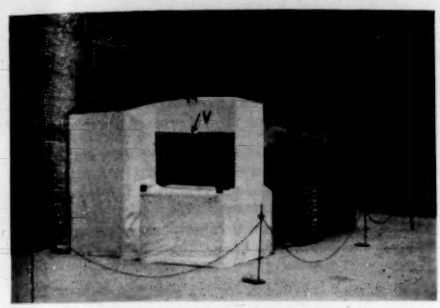


Fig. 5. Gesamtansicht der Versuchseinrichtung mit Verkleidungsbau der Waage.

Stabilität gefährdet war. Deshalb wurde ein Gewicht G entsprechend Fig. 4 an der Waage befestigt, das durch Veränderung seiner Größe und auch durch vertikale Verschiebung die Schwerpunktslage des ganzen Waagesystems so zu verändern gestattete, daß für jede Meßreihe die erforderliche Empfindlichkeit gewährleistet war. Es war möglich, Belastungen von 0,005 g zu bestimmen und 0,001 g zu interpolieren.

Zur Beruhigung der Waageschwingungen war eine Öldämpfung angebracht worden.

5. Die Verkleidung der Waage.

Um die Einwirkung zusätzlicher, die Messung beeinflussender Luftkräfte zu verhindern, wurde die Waage nebst Beobachtungsstand vollständig mit Packpapier verkleidet (Fig. 5). Der Versuchskanal V führte durch den Verkleidungsbau hindurch. Die Verkleidung hatte sich im Verlauf der Vorversuche als notwendig erwiesen, weil der aus dem Versuchskanal austretende Freistrahl eine Bewegung der benachbarten Luftmassen verursachte. Über eine bei einigen Messungen ohne Verkleidung angebrachte Korrektur siehe in Kapitel III, Abschnitt 6c.

6. Aufhängung der Platten.

Um bei den dünnen Platten eine Durchbiegung durch die Anströmung sowie eine Verdrehung zu vermeiden, hat die Einspannvorrichtung eine besondere Ausführung erfahren (Fig. 6). Mit jedem der beiden senkrechten Waagebalken B sind ein Messingprofilträger MP und ein Kreisring K zu einem starren System verbunden. Dieses dient zur Führung des eigentlichen Plattenträgers T, der durch eine starke Spiralfeder f mit seiner Spitze in das Lager L gepreßt wird, das so weit verstellbar ist, um beim Einspannen entstehende Ungenauigkeiten der Lage des Trägers T zur Kanalwand S, die von ihm durchbrochen wird, auszugleichen. Die Befestigung der Versuchsplatte Pl ist aus Fig. 7 ersichtlich, in der die Durchführung des Plattenträgers T durch die Kanalwand S in ihren Einzelheiten dargestellt ist (vgl. dazu Abschnitt 7).

Die Variation des Anstellwinkels erforderte eine zusätzliche Apparatur zur Aufspannvorrichtung, die in Fig. 4 schematisch dargestellt ist (vgl. auch Fig. 6). Zur Vermeidung einer Verdrillung der Platte beim Anstellen mußte das Drehen von beiden Einspannseiten her gleichmäßig erfolgen. Das geschah folgendermaßen:

Auf jedem der zwei Träger T ist eine Messingkreisscheibe R aufgelötet. Zwei Scheiben R' derselben Abmessungen, die jeweils mit R paarweise

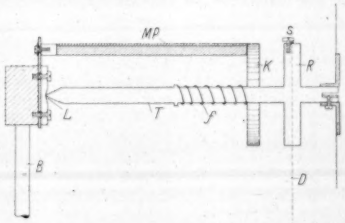


Fig. 6. Aufspannungsvorrichtung der Platten.

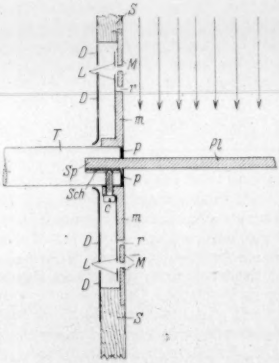


Fig. 7. Durchführung der Plattenträger durch die Kanalwand.

in einer Ebene liegen, bilden den seitlichen Abschluß der ungefähr in der Drehachse der Waage liegenden Welle W, die parallel zur Längsausdehnung des Meßobjektes Pl verläuft. R und R' sind jeweils durch einen in sich geschlossenen, straff gespannten, dünnen Stahldraht D gekoppelt. Vermöge der Schrauben s und s' wird der Draht D an R bzw. R' festgeklemmt. Eine der Kreisscheiben R' ist mit einem Zeiger ausgestattet, der an einer Gradskala die Anstellwinkeländerungen der Meßobjekte anzeigt.

Vor Beginn des Versuches wird die Meßplatte zu beiden Seiten in die Träger T eingespannt (vgl. Abschnitt 7). Dabei sind die Drähte D noch nicht festgeklemmt, so daß die Träger T unabhängig voneinander soweit gedreht werden können, bis die eingespannte Platte plan ausgerichtet ist. Danach werden die Schrauben s und s' festgezogen; das System ist nun gekoppelt und durch Drehen an einem der Träger T oder der Welle W wird der Anstellwinkel des Meßobjektes verändert, entsprechend der Anzeige des an R' befestigten Zeigers.

7. Durchführung der Plattenträger durch die Kanalwände.

Die Durchführung der Plattenträger durch die Kanalwände erfolgte in Anlehnung an eine von Linke (17) benutzte Anordnung. Den Grundriß veranschaulicht Fig. 7. Jede der seitlichen Kanalwände S besitzt in ihrer Mitte eine Kreisöffnung von 20 cm Durchmesser. Diese wird nach dem Kanalinneren zu von einer 2 mm starken Messingringplatte M abgedeckt, deren innere konzentrische Öffnung den Durchmesser von 2 cm hat. In die Mitte dieser Öffnung ragt der mit der Waage verbundene zylindrische Träger T hinein, gegen den inneren Kanalwandrand etwa 0,2 mm zurückstehend. Auf dem Träger ist ein Messingflansch m aufgesetzt, der die Kanalwand vervollständigt und nur einen 0,5 mm breiten Ringspalt r für die Waagenausschläge freiläßt. Zur Vermeidung einer störenden Luftbewegung durch den Ringspalt wurde mittels einer dünnen Pappscheibe L, die auf den Messingflansch m geklebt ist, und eines Preßspandeckels D eine Labyrinthdichtung geschaffen. Eine in den Träger T eingefräste ebene Spalte Sp, deren Breite durch eine bewegliche von der Schraube c gesteuerte Scheibe Sch variiert werden konnte, diente zum Einspannen der Versuchsplatten. Die zwischen Versuchsobjekt und Spalträndern noch verbleibende Öffnung wurde mit einem Papierring p abgedichtet, der zugleich so gestaltet war, daß er den durch das Zurücktreten des Trägers T gegen den Flansch m entstehenden Hohlraum bis zum Rande genau ausfüllte. Es ist somit ein vollkommen ebener seitlicher Abschluß der Versuchsplatte geschaffen.

8. Aufspannung von Zylindern und Platten für die Freistrahlversuche.

a) Zylinder. Zum Aufspannen der Zylinder wurden zwei Methoden benutzt. Bei einer wurde der Zylinder horizontal, senkrecht zum Luftstrom in etwa 40 cm Entfernung von der Düse in einem Holzgerüst aufgespannt, dessen Bauteile außerhalb des Freistrahles lagen. Durch zwei zur Strömung parallele Sperrholzplatten (70×68 cm²), die vom Zylinder in ihrer Mitte durchdrungen wurden, sowie durch Verkleidung der nach außen führenden Zylinderteile war dafür gesorgt worden, daß nur der homogene Teil der Strömung in Breite von 40 cm den Zylinder traf. Die Gesamtobjektlänge betrug 114 cm.

Die andere Methode, die der Untersuchung der Abhängigkeit der Frequenz vom Anstellwinkel diente, benutzte einen quadratischen Holzrahmen mit der Seitenlänge 30 cm. Auch hier wurden die Zylinder horizontal eingespannt und konnten vermöge einer senkrechten Drehachse des Rahmens zur Strömungsrichtung geneigt werden. Mittels eines am Rahmen befestigten Zeigers konnte auf einer horizontalen Gradskala der Neigungswinkel abgelesen werden.

Die Spannungsregulierung erfolgte bei beiden Methoden folgendermaßen:

Die beiderseitigen Enden des zylindrischen Drahtes wurden jeweils durch eine senkrecht zur Achse einer Holzschraube gebohrte Öffnung geführt. Durch Eindrehen der Schrauben in den Holzrahmen erhielt der Draht Spannung, die nun beliebig variiert werden konnte.

b) Platten. Die Platten wurden jeweils — bezüglich ihrer Längsausdehnung vertikal — in der Mitte eines Metallrahmens aufgespannt. Dieser hatte eine rechteckige Gestalt von 40 cm Breite und einer zwischen 10 cm und 30 cm zu verändernden Höhe. Die Plattenlänge und Spannung konnte jeweils so gewählt werden, daß einerseits bei den schmalsten Platten durch Wahl eines engen Rahmens (10 cm Höhe) praktisch keine Durchbiegung beim Anblasen auftrat und andererseits bei den breitesten Platten durch Erweiterung des Rahmens (30 cm Höhe) eine Beeinflussung der mittleren Plattenpartien vermieden wurde. Die Änderung des Anstellwinkels erfolgte durch Drehung des Rahmens um eine zum aufgespannten Objekt koachsiale Drehachse. Bei Untersuchung kleiner Anstellwinkel konnte nach genügender Versteifung der übrigen Rahmenteile die vom Meßobjekt

stromaufwärts liegende vertikale Strebe entfernt werden. Die Ablesung der Anstellwinkel erfolgte wieder mittels eines am Rahmen befestigten Zeigers und einer horizontalen Gradskala.

9. Messung der Windgeschwindigkeit.

Die Messung der Windgeschwindigkeit erfolgte mit einem Prandtlschen Staurohr, das an ein Prandtlsches Mikromanometer mit senkrechtem Steigrohr angeschlossen war. Mit einiger Übung konnte 0,01 mm Alkoholsäule gut abgelesen werden.

10. Korrektur der Staudruckanzeige für die Freistrahlmessungen.

a) Für die Zylindermessungen. Der Staudruck wurde am Austrittsquerschnitt der Düse bestimmt, wobei der Staupunkt des Prandtl-Rohres während der eigentlichen Messungen noch etwa um 6 cm in die Düse hineinragte. Durch Staudruckmessungen längs der Strahlachse ergab sich eine Zunahme des Staudruckes um 6,6 Proz. von der Meßstelle in der Düsenebene bis zur Zylinderebene, was bei der Auswertung entsprechend berücksichtigt wurde.

b) Für die Plattenmessungen. Das zur Bestimmung der Anströmungsgeschwindigkeit benutzte Staurohr wurde — mit seinem Staupunkt etwa 10 cm entfernt — vor der Mitte der aufgespannten Platte angebracht und konnte zwecks Staudruckmittelung längs der Platte im gegebenen Abstand verschoben werden. Während der Frequenzmessung wurde das Staurohr entfernt. Zur Reduktion des Staudruckes auf die Plattenebene wurde die Platte entfernt und bei gleichbleibender Windgeschwindigkeit das Staurohr an die Stelle der entfernten Platte gebracht. Dies wurde für sämtliche Platten und im Bereich sämtlicher Anströmungsgeschwindigkeiten durchgeführt. Es ergab sich eine additive Korrektur der Geschwindigkeit, die eine Funktion der Plattenbreite und der Reynoldsschen Zahl ist, und jeweils entsprechend berücksichtigt wurde. Sie beträgt z. B. für die breiteste Platte ($D = 1{,}00$ cm) bei $Re = 1500$ 12 Proz. und bei $Re = 7000$ 10 Proz. und für die schmalste Platte ($D = 0{,}16$ cm) bei $Re = 500$ 10 Proz. und bei $Re = 2000$ 7 Proz.

III. Kapitel: Durchführung der Versuche und Ergebnisse.

1. Wirbelfrequenzen an Kreiszylindern.

Als Versuchsobjekte dienten kreiszylindrische Federstahldrähte mit den Durchmessern 0,030; 0,050; 0,080; 0,100 und 0,150 cm. Die Durchmesserbestimmung erfolgte mittels Mikrometerschraube.

a) Resonanzmethode. Die schwingungsfähig aufgespannten Drähte wurden nacheinander unter senkrechter Anströmung im Freistrahl untersucht. Bei einer bestimmten Windgeschwindigkeit fing die zu untersuchende Saite an zu schwingen; ein äolsharfenähnlicher Ton war zu hören. Bei stetiger Erhöhung der Windgeschwindigkeit wurde der anfangs schwache Ton intensiver und klang nach Überschreiten eines Intensitätsmaximums wieder ab. Eine merkliche Frequenzänderung des Saitentones konnte innerhalb des betreffenden Geschwindigkeitsintervalles nicht festgestellt werden. Es müßte sich jedoch unter der Voraussetzung $\frac{ND}{U} = \text{const}\ N$ etwa um einen Halbton, also merklich hörbar, ändern. Es muß sich also wohl um eine Beeinflussung (Anpassung) zwischen anregendem und erregtem System (Wirbelstraße und Saite) handeln[1]).

Die Tonhöhen wurden mittels eines mit Stimmgabeln geeichten Monochordes bestimmt. Jedem Ton wurde die Windgeschwindigkeit zugeordnet, die bei seiner maximalen Intensität herrschte.

b) Pitotrohr-Methode. Etwa 6 Durchmesser vom Zylinder in Strömungsrichtung entfernt, wurde ein feines Pitotröhrchen (eine Stahlkanüle mit dem Innendurchmesser 0,08 cm und dem Außendurchmesser 0,11 cm) in das Wirbelgebiet gebracht. Ein Gummischlauch vermittelte die Übertragung der damit aufgenommenen Wirbeltöne zum Ohr. Die Frequenz des gehörten Tones wurde mittels Monochordes bestimmt. Ebenso wie von Tyler (11) konnte ein gegenseitiges Überschneiden der einzelnen Gebilde beider Wirbelreihen festgestellt werden, erkennbar an einem Frequenzsprung nach der nächsthöheren Oktave beim Überschreiten der Wirbelstraßenmitte mit der Sonde.

c) Diskussion der Wirbelfrequenzmessungen an senkrecht angeströmten Zylindern. Die mit beiden Methoden gewonnenen Tonfrequenzen sind in der dimensionslosen Form $\frac{ND}{U}$ als Funktion der Re-Zahl $\frac{UD}{\nu}$ in Fig. 8 aufgetragen. Die durch Resonanzpunkte und Pitotrohr-Punkte getrennt gelegten Mittelkurven haben qualitativ den gleichen Verlauf, weichen aber mit Ausnahme des Re-Gebietes $Re = 350$ bis $Re = 550$, in dem $\frac{ND}{U}$ annähernd konstant ist, bis zu 13 Proz.

1) Vgl. Helmholtz, Die Lehre von den Tonempfindungen, S. 67; Rayleigh, Theorie des Schalles, S. 63.

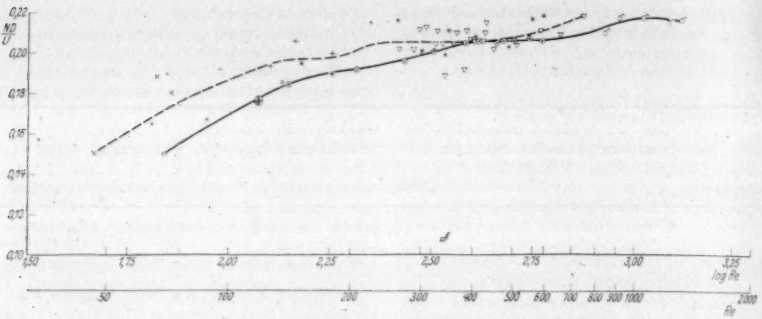


Fig. 8. Wirbelfrequenzen an senkrecht angeströmten Zylindern.

* 0,03 cm Durchmesser
+ 0,05 cm Durchmesser
× 0,08 cm Durchmesser
▽ 0,10 cm Durchmesser
– – – Resonanzmethode
* 0,05 cm Durchmesser
+ 0,10 cm Durchmesser
▽ 0,15 cm Durchmesser
——— Pitotrohrmethode

voneinander ab. Offenbar liegt hier eine Beeinflussung der Wirbelablösung durch den schwingenden Zylinder vor. Übrigens weisen die Ergebnisse der zwei von Strouhal (1) (Fig. 1) benutzten Methoden eine Andeutung des gleichen Effektes auf, nämlich, daß die im $\frac{ND}{U}$-Anstiegsgebiet mit Resonanz – also am schwingenden Zylinder – ermittelten Frequenzen höher liegen als die Frequenzen der reinen Hiebtöne (Nichtresonanztöne).

Die Beeinflussung der Wirbelablösung (richtiger des $\frac{ND}{U}$) durch das Schwingen des Zylinders dürfte darauf beruhen, daß innerhalb einer Schwingung – eben infolge dieser Schwingung – verschiedene Anströmungsgeschwindigkeiten auftreten. Diese Annahme ist dadurch nahegelegt, daß gerade in den Gebieten Reynoldsscher Zahlen die genannte Diskrepanz auftritt, in denen eine Abhängigkeit der $\frac{ND}{U}$ von U bzw. Re vorliegt, während im Gebiet $\frac{ND}{U}$ = const, d. h. im Gebiete der Einflußlosigkeit von U bzw. Re, auch die Diskrepanz verschwindet.

Unsere Pitotrohr-Messungen schließen sich gut an die Pitotrohr-Messungen Tylers (11) an. Die Mittelkurve unserer $\frac{ND}{U}$-Werte beginnt bei $Re = 72$ mit $\frac{ND}{U} = 0{,}15$, steigt bis $Re = 175$ zunächst stark an, weist in ihrem weiteren Verlauf vier Wendepunkte auf und zwar bei $Re = 215$; 320; 500; 840 mit den zugehörigen $\frac{ND}{U}$-Werten 0,192; 0,199; 0,205; 0,211 und erreicht bei etwa $Re = 1125$ den Wert $\frac{ND}{U} = 0{,}216$. Sie entspricht in ihrem Verlauf in großen Zügen der Frequenzkurve aus früheren, mit anderen Methoden gewonnenen Messungen Tylers (10), liegt aber 8,7 Proz. im Anstieg bis 4,4 Proz. im Maximum höher (vgl. die Mittelkurven in Fig. 1).

Analogen Verlauf zeigt eine von uns durch die Thomschen Frequenzwerte gelegte Mittelkurve (Fig. 1). Ihr Anstieg von log $Re = 1{,}4$ bis log $Re = 2{,}2$ fällt mit dem Tylerschen zusammen, dagegen liegt ihre Einbuchtung bei log $Re = 2{,}4$ etwa 6 Proz. tiefer. Ein steilerer Anstieg führt dann bei log $Re = 2{,}8$ zum Maximum, mit $\frac{ND}{U} = 0{,}212$ fast den Höchstwert der Leipziger Messungen erreichend.

Eine Meßreihe von Relf und Ower, die wir aus der Darstellung von Thom (9) entnehmen (vgl. Fig. 7 der Thomschen Arbeit), weist bei derselben Reynoldsschen Zahl mit demselben Frequenzwert ebenfalls eine Einbuchtung auf, liegt aber bei etwa log $Re = 2{,}0$ 19 Proz. und bei log $Re = 2{,}8$ 7,5 Proz. tiefer als die von uns gemittelte Kurve der Thomschen Werte.

Zieht man durch die Strouhalschen (1) Frequenzwerte eine Mittelkurve (Fig. 1), so ist auch hier nach scheinbar erreichtem maximalen Konstantwert ein schwaches Maximum bei log $Re = 3{,}25$ erkennbar.

Die Ausgleichskurve der Messungen der DVL. (13) schließt sich nach höheren Re-Zahlen hin gut an die Leipziger Messungen an.

Zusammenfassend kann man sagen, daß durch die Messungen verschiedener Autoren die Abhängigkeit der dimensionslosen Frequenz von der Reynoldsschen Zahl für den Bereich $Re = 25$ bis $Re = 30000$ in großen Zügen festgelegt ist. Die Frequenzkurve steigt von $\frac{ND}{U} = 0{,}085$ bei $Re = 25$ an, weist etwa bei $Re = 215$ und $Re = 320$ je einen Wendepunkt auf, und nach Überschreiten eines Maximums bei $Re \sim 1300$ bis 2000 folgt ein allmählicher Abfall der Frequenz. Dieser Verlauf entspricht spiegelbildlich annähernd dem der Widerstandskurve, die in der Gegend von $Re = 120$, sowie $Re = 500$ je einen Wendepunkt und bei $Re \sim 2000$ ein Minimum besitzt. In Fig. 1 sind die Mittelkurven der einzelnen Autoren zusammen mit c_w über Re aufgetragen. Den Wendepunkten muß man wohl kritische Gebiete der Zylinderströmung zuordnen. In diesem Sinne erklären sich dann auch gewisse Unterschiede zwischen den Ergebnissen der einzelnen Autoren durch die Verschiedenheit des Turbulenzgrades der Anströmung, die erfahrungsgemäß stets von Einfluß auf die Strömung in der Umgebung kritischer Zahlen ist.

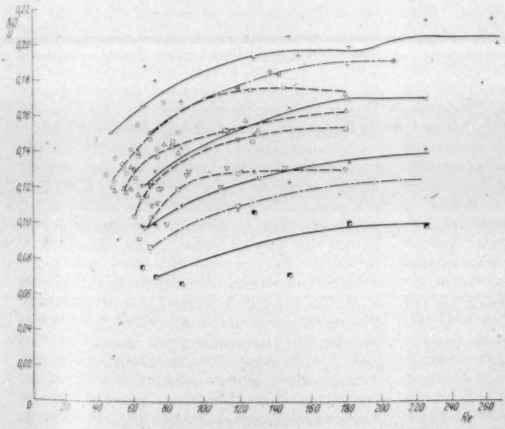


Fig. 9. Wirbelfrequenzen an schräg angeströmten Zylindern.

○ $\Theta = 90°$, △ $\Theta = 60°$, □ $\Theta = 45°$, ▽ $\Theta = 30°$ | Pitotrohr (Tyler)
× $\Theta = 90°$, × $\Theta = 60°$, • $\Theta = 45°$, ■ $\Theta = 30°$ | Resonanz (Lehnert)
• $\Theta = 90°$, • $\Theta = 60°$, ◦ $\Theta = 45°$, ♀ $\Theta = 30°$ | Pitotrohr (Lehnert)

Mittelkurven: ——— Tyler (Pitotrohr). ——— Lehnert (Resonanz und Pitotrohr). —·— Lehnert (Pitotrohr).

2. Wirbelfrequenzen an schräg angeströmten Zylindern.

Weiterhin wurde mittels Resonanz- und Pitotrohr-Methode die Abhängigkeit der Wirbelfrequenz vom Anströmungswinkel untersucht. Dabei wurde jeweils die Windgeschwindigkeit konstant gehalten und der Anströmungswinkel verändert. Man erhielt so für verhältnismäßig wenig Anströmungswinkel Resonanztöne, aber immer Pitotrohr-Töne.

Die in Fig. 9 in Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl dimensionslos aufgetragenen Frequenzen mit dem Anströmungswinkel Θ als Parameter (aus Gründen besserer Übersicht wurden nur $\Theta = 90°, 60°, 45°, 30°$ aufgetragen; dabei bedeutet 90° senkrechte und 0° achsenparallele Anströmung) ergeben vier etwa parallel verlaufende Kurven (für $\Theta = 90°$ und 30° sind durch Resonanz- und Pitotrohr-Ergebnisse getrennte Kurven gelegt worden). Demnach bewirkt eine Neigung des angeströmten Zylinders gegen die Strömungsrichtung eine Verschiebung der Frequenzkurve nach kleineren Werten. Das gleiche Verhalten zeigen die aus den Tylerschen (11) Messungen entnommenen Kurven für die gleichen Winkel, aber die Aufspaltung durch den Anströmungswinkelparameter ist bei diesen geringer als bei den unsrigen. Die Figur läßt auch erkennen, daß mit abnehmendem Anströmungswinkel die Pitotrohr-Töne allmählich höher wurden als die Resonanztöne.

3. Wirbelfrequenzen an Platten.

Als Meßobjekte zu sämtlichen Plattenmessungen dienten gezogene Messingbänder. Die Oberflächen waren gut poliert, die Kanten sorgsam geschärft und vom Grat befreit. Die Platten wurden teils mit Mikrometerschraube (Vorversuche), teils mit Komparator (Hauptversuche) ausgemessen.

a) Senkrechte Anströmung. Die Bestimmung der Wirbelfrequenzen erfolgte im Abstand von 6 Plattenbreiten vom Meßobjekt mittels eines feinen Pitotröhrchens wie bei den Zylindermessungen (vgl. III, 1b). Bei den ersten Versuchsreihen im Freistrahl waren die Platten in einen Rahmen (vgl. II, 8b) eingespannt. In Plattenmitte, wo die Frequenzmessung erfolgte,

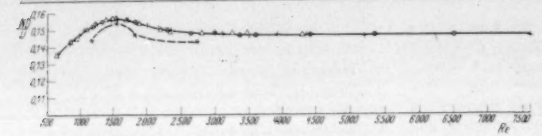


Fig. 10a. Wirbelfrequenzen an senkrecht angeströmten Platten im Windkanal (etwa 6 Plattenbreiten hinter der Platte).

• Trapezplatte $D = 0{,}528$ cm ◦ Rechteckplatte $D = 0{,}787$ cm
▵ Rechteckplatte $D = 0{,}395$ cm · Tyler[1])

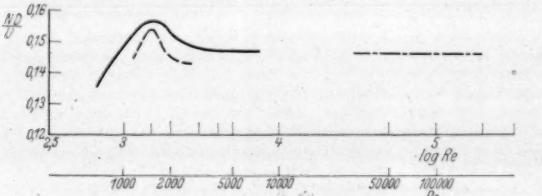


Fig. 10b. Halblogarithmische Auftragung der Wirbelfrequenzen senkrecht angeströmter Platten (Mittelkurven).
—— Tyler. —·— Fage und Johansen. —— Lehnert.

konnte ebene Strömung angenommen werden. Zur genauen Festlegung der Plattenstellung bei senkrechter Anströmung wurde die Messung so vorgenommen, daß die Platte kontinuierlich gedreht wurde und etwa von Grad zu Grad Meßpunkte aufgenommen wurden. Bei Auftragung der Ergebnisse ergibt sich eine Kurve, deren Extremum den Wert für die senkrecht angeströmte Platte liefert.

Nachdem Vorversuche im Freistrahl mit 16 Platten, deren Breiten zwischen 0,16 cm und 1,00 cm lagen, zu keiner eindeutigen Festlegung des Frequenzkurvenverlaufes geführt hatten[2]), wurden die Frequenzmessungen für senkrechte Anströmung im geschlossenen Kanal vorgenommen, wo sie teils gleichzeitig mit der Wägung des Widerstandes (siehe unten), teils anschließend an diese ausgeführt wurden. Dazu wurden 3 Platten verwendet, wovon eine von der Breite 0,528 cm durch Anschärfung der Kanten trapezförmig profiliert war (gleichschenkliges Trapez mit der Höhe 0,0996 cm und Winkeln von 45° an der Grundlinie), während die beiden anderen mit den Breiten 0,787 cm und 0,395 cm Rechteckprofile mit dem Seitenverhältnis 1 : 8 (Dicke : Breite) besaßen. Die hiermit gewonnenen Ergebnisse (Fig. 10a) weisen praktisch fast keine Streuung mehr auf, was wohl darauf zurückzuführen ist, daß die an sich schon durch die Wirkung der Pappeinsatzdüse bedeutend verbesserte Strömung im Kanal keinen äußeren Einflüssen unterworfen ist. Jeder einzelne Punkt stellt das Mittel aus mindestens zehn Einzelbestimmungen dar. Fig. 10 zeigt in dimensionsloser Form die so gewonnenen Werte $\frac{ND}{U}$ als Funktion von Re. Einem kräftigen Anstieg von $\frac{ND}{U} = 0{,}135$ bei $Re \sim 600$ ausgehend bis zum Maximum $\frac{ND}{U} = 0{,}157$ bei $Re = 1500$ folgt ein zunächst stärkerer, dann schwächerer Abfall, bis bei $Re = 4000$ ein konstanter Wert $\frac{DN}{U} = 0{,}147$ erreicht wird.

Ein Vergleich mit den Ergebnissen Tyler's (10), die in der Umgebung des Frequenzmaximums liegen, zeigt qualitative Übereinstimmung[1]). Seine Meßpunkte liegen etwa 2 Proz. bis 5 Proz. tiefer als unsere.

Da die dimensionslose Frequenz ab $Re = 4000$ nahezu gleich — 0,7 Proz. Abweichung — der von Fage und Johansen (16) im Re-Zahlengebiet 32000–180000 bestimmten ist, ist anzunehmen, daß auch im dazwischenliegenden Re-Gebiet 7500–32000 Konstanz herrscht, so daß damit die Frequenzabhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl von kleinen Werten bis zu 180000 bekannt ist. Über die Analogie zum c_w-Verlauf vgl. Abschnitt 6b.

b) Anstellwinkelabhängigkeit. Die Abhängigkeit der Wirbelfrequenz vom Anstellwinkel wurde in mehreren Meßreihen für Platten verschiedener Breite[2]) ($D = 0{,}290$; 0,343; 0,750 cm), aber annähernd gleichem Seitenverhältnis des Querschnittes (Dicke : Breite = 1 : 8) im Gebiet $Re = 700$ bis $Re = 6000$ untersucht.

Die Untersuchungen fanden im Freistrahl statt. Um eine gute Festlegung der Anströmungsrichtung zu gewährleisten, wurde folgender Weg benutzt. Mit einem beliebigen Anstellwinkel begann die Messung. Bei unverändert gehaltener Anströmungsgeschwindigkeit wurde dann der Anstellwinkel in Schritten von 5° oder noch kleineren Winkeln verändert. Die als Funktion

1) Vgl. dazu Bemerkung S. 480 und Fußn. S. 488.
2) Augenscheinlich war die Lage des Maximums bei $Re = 1500$ (siehe unten) sehr empfindlich gegen äußere Störungen des Freistrahles.

1) Tyler hat diesen Kurvenverlauf nicht erkannt, da er wohl eine Abhängigkeit von Re nicht vermutete und deshalb auch nicht untersuchte.
2) Um im Einklang mit der Bezeichnung für die senkrecht angeströmte Platte zu bleiben, verwenden wir hier das Wort „Breite" statt des in der Aerodynamik üblichen Wortes „Tiefe".

des Winkels dimensionslos aufgetragenen Frequenzen zeigen bei einer Winkeländerung von 130° einen mit einem Maximum und einem Minimum behafteten Kurvenverlauf. Das Maximum entspricht dem Anstellwinkel 0° und das Minimum der senkrechten Anströmung ($\Theta = 90°$). (Vgl. dazu Fig. 11: Beispiel für $Re = 4882$).

Aus Gründen der Übersicht konnten in Fig. 12 im Bereich großer Anstellwinkel nicht alle Meßpunkte der einzelnen Versuchsreihen eingezeichnet werden, da sie oft eng zusammenfallen. Deshalb wurden aus der Serie der Untersuchungen auch nur die Ergebnisse der

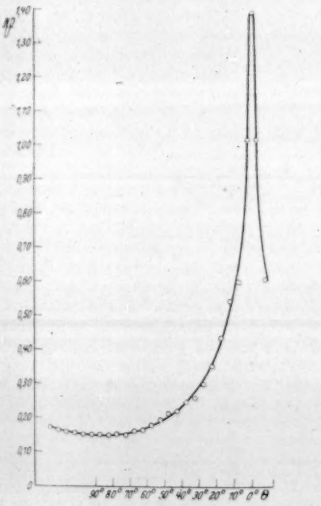


Fig. 11. Bestimmung des Anstellwinkels Θ. (Plattenbreite = 0,75 cm. $Re = 4882$.)

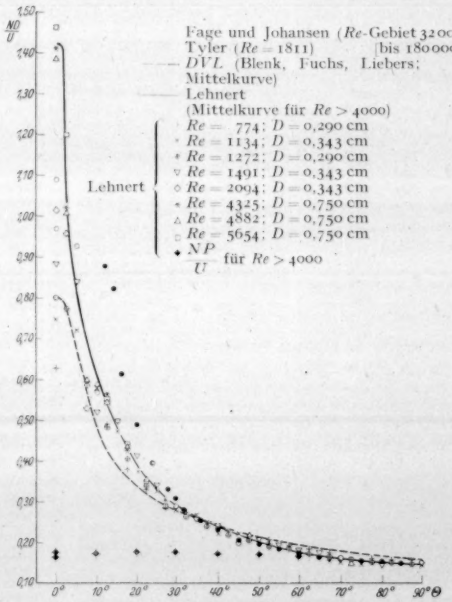


Fig. 12. Wirbelfrequenzen an Platten als Funktion des Anstellwinkels Θ.

Meßreihen aufgetragen, bei denen die Nullgradanstellung erreicht wurde.

Die Meßpunkte für die verschiedenen *Re* ordnen sich für Winkel von 90°–30° in eine Kurve mit einer Streuung von maximal ±5 Proz. um den Mittelwert einschließlich der Ergebnisse von Tyler (10), Fage und Johansen (16) und der DVL. (13). Bei kleineren Anstellwinkeln zeigt sich eine merkliche Abhängigkeit von der *Re*-Zahl. Diese ist aus Fig. 13 zu ersehen. Nach einem monotonen Anstieg wird bei $Re = 5000$ bis 6000 anscheinend ein konstanter Wert $\frac{ND}{U} = 1{,}40$ bis 1,45 erreicht. Dem Kurvenverlauf fügen sich die beiden von Tyler für $\Theta = 0°$ gemessenen Werte gut ein. Die Ergebnisse von Fage und Johansen sowie der DVL. sind in dieser Hinsicht leider nicht zu diskutieren, da ersteren das Frequenzmaximum überhaupt fehlt und letzteren keine *Re*-Zahlen zugeordnet sind. Betrachtet man in Fig. 13 die Kurven, die den Anstellwinkeln 90°–10° zugeordnet sind, so erkennt man in dem *Re*-Zahlengebiet 1000 bis 6000 als Gesamteindruck bei der Kurvenschar ein ähnliches Verhalten[1]), wie bei der für senkrechte Anströmung im Kanal erhaltenen Frequenzkurve (vgl. Fig. 10 und Kap. III, 3a, S. 488).

Führt man nach Blenk, Fuchs und Liebers für die dimensionslose Wirbelfrequenz an Stelle von $\frac{ND}{U}$ die Form $\frac{NP}{U}$ ein, wobei

$$P = D\sin\Theta + \delta\cos\Theta$$

(δ = Plattendicke) die Projektion des Querschnittes auf die Normalebene zur Strömungs-

[1]) Wenn man von dem Abfall bei $Re < 1000$ absieht.

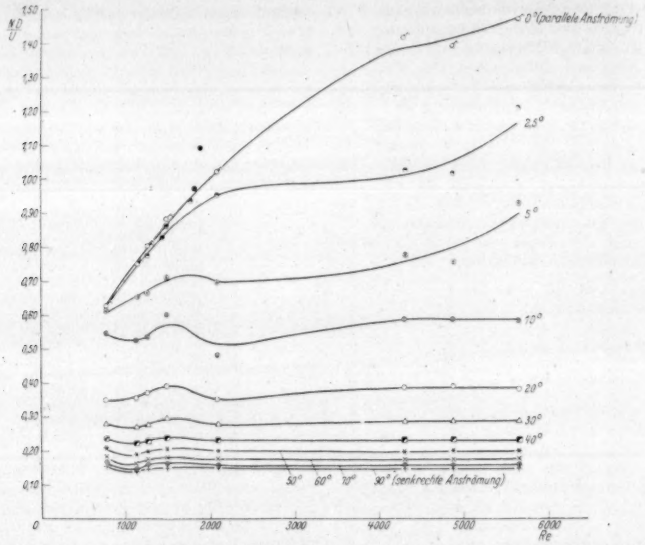


Fig. 13. Wirbelfrequenzen an Platten als Funktion von Re mit dem Parameter Θ (Θ = Anstellwinkel) im Freistrahl. • Tyler für $\Theta = 0°$.

richtung ist, so ergibt sich für alle Re-Zahlen < 4000[1]) ein annähernd konstanter Wert

$$\frac{NP}{U} = 0{,}165$$

mit einer maximalen Abweichung von $\pm 8{,}5$ Proz. (Fig. 12). Blenk, Fuchs und Liebers (DVL.) erhielten für $\frac{NP}{U}$ auf dieselbe Art den Zahlwert 0,18, Fage und Johansen unter Vernachlässigung der Plattendicke (trapezförmig profilierte Platte mit scharfen Kanten) 0,148 für Werte von Θ zwischen 90° und 30°.

4. Wirbelabstände an Platten.

Bei den Plattenmessungen wurde die Pitotrohr-Methode noch dazu ausgebaut, neben den Wirbelfrequenzen auch Wirbelabstände zu messen. Dazu diente eine Anordnung aus zwei gleichartigen Pitotrohren. Fig. 14 zeigt einen Grundriß der Versuchsanordnung. Die Längsausdehnung der angeströmten Platte verläuft senkrecht zur Zeichenebene (z-Richtung). Die Strömung selbst gibt uns die x-Richtung. Hakenrohr 1 wird in geeigneter Entfernung x (etwa 6 Plattenbreiten) hinter der Platte von außen her der Wirbelstraße genähert, bis in

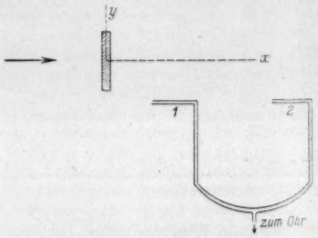


Fig. 14. Vereinigung zweier Pitotrohre zur Wellenlängenmessung.

einem Abstand y von der x-Achse ein Frequenzton hörbar ist. An dieser Stelle wird das Röhrchen 1 festgehalten. Genau so geschieht die Justierung des Hakenrohres 2, das gegen das erste zunächst nur in der z-Richtung versetzt ist, um eine gegenseitige Beeinflussung auszuschalten. Beide Analysatoren werden nun mit ihren rückseitigen Enden vermittels einer Schlauch-

1) Für $Re < 4000$ scheint $\frac{NP}{U}$ für $\Theta < 10°$ von Re abhängig zu sein.

leitung gegeneinandergeschaltet und in einer gemeinsamen Leitung zum Ohr geführt. Wird jetzt z. B. das Rohr 2 in der x-Richtung verschoben, so treten deutlich wahrnehmbare Maxima der Tonstärke auf, wenn die Pitotrohr-Öffnungen sich an Stellen gleicher Phase der Wirbel befinden, Minima, wenn sie sich an Stellen befinden, an denen die Phase um π verschoben ist. Im ersteren Fall ist der Abstand der Pitotrohre ein ganzes Vielfaches der Wellenlänge, im zweiten Fall ein ungerades Vielfaches der halben Wellenlänge. Die Strecke, um die bei festgehaltenem Rohr 1 das Rohr 2 verschoben werden muß, um von einem Maximum zum nächsten, bzw. von einem Minimum zum nächsten zu kommen, ist also gerade gleich der gesuchten Wellenlänge oder gleich dem Wirbelabstand.

Die Verschiebung der Pitotröhrchen gegeneinander ermöglichte ein Support, auf dem zugleich die Verschiebungen nach der x- und y-Richtung in Millimeter abzulesen waren.

Für die Festlegung von Wirbelabständen im Bereich kleiner Reynoldsscher Zahlen versagte diese Anordnung infolge der zu geringen Tonintensitäten. Es wurde deshalb an Stelle der subjektiven Methode der Maxima- bzw. Minimabestimmung durch das menschliche Ohr eine objektive verwandt. Dabei bleibt die Hakenrohranordnung bestehen. Die von ihr wegführende Schlauchleitung ist durch ein Spezialansatzstück von der Form eines sehr flachen Trichters (Fig. 15) mit einem gewöhnlichen

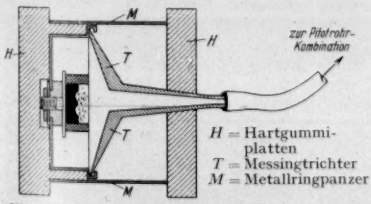


Fig. 15. Mikrophon zur Wirbelfrequenzaufnahme.

Kohlemikrophon fest gekoppelt. Der modulierte Mikrophonstrom wurde über einen dreistufigen Verstärker auf ein Zeigerinstrument geschaltet, an welchem in Parallele zur Energieänderung des Tones bei Verschiebung des Pitotrohres 2 die Zeigerausschläge selbst bei geringen Lautstärken deutliche Maxima und Minima aufwiesen.

Besonderer Sorgfalt bedurfte die Abschirmung des Mikrophons gegen äußere elektrische und akustische Störungen. Die anfangs auftretenden, hochfrequenten elektrischen Einwirkungen wurden durch eine geerdete Panzerung

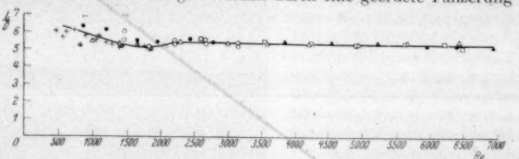


Fig. 16. Wirbelabstände an senkrecht angeströmten Platten (etwa 6 Plattenbreiten hinter der Platte).
○ $D = 0{,}160$ cm
● $D = 0{,}270$ cm
• $D = 0{,}343$ cm
◦ $D = 0{,}395$ cm
△ $D = 0{,}600$ cm
▲ $D = 0{,}750$ cm
○ $D = 0{,}795$ cm

von Mikrophon und dessen Zuleitungen gedämpft, während die gefederte Aufhängung des in Wattepolstern und ineinandergeschachtelten Kästen verpackten Mikrophons jede akustische Störung ausschaltete.

Die Ergebnisse sind in der dimensionslosen Form $\frac{L}{D}$ (L = Wirbelabstand, D = Plattenbreite) als Funktion der Re-Zahl aus Fig. 16 ersichtlich. Die $\frac{L}{D}$-Werte nehmen zunächst mit wachsendem Re etwas ab, bei $Re \sim 1800$ liegt ein Minimum, nach leichtem Anstieg wird etwa bei $Re = 2500$ vielleicht nach einem schwachen Maximum ein konstanter Endwert $\frac{L}{D} = 5{,}4$ erreicht[1]).

5. Das Verhalten der Wirbelfrequenzen und -abstände in Plattennähe.

a) Wirbelfrequenzen. Als die im vorigen Abschnitt beschriebenen Versuche auch in Zylinder- bzw. Plattennähe (d. h. unter 6 Plattenbreiten Entfernung) durchgeführt wurden, zeigten sich bei Zylinder und Platte wesentliche Unterschiede.

Nähert man einer Platte, aus einer Entfernung von etwa 6 Plattenbreiten ausgehend, das Pitotrohr, so bleibt zunächst bis zu etwa einer Plattenbreite Entfernung die Tonhöhe konstant, einer regelmäßigen Wirbelfrequenz entsprechend (vgl. die im vorigen Abschnitt beschriebenen Messungen von N, im folgenden mit N_3 bezeichnet). Bei weiterer Annäherung an die Platte überlagern sich diesem tieferen Ton höhere

1) Man erkennt diesen Verlauf deutlicher, wenn man die Meßpunkte für eine einzelne Platte ins Auge faßt.

Töne, die den tieferen allmählich zurückdrängen, und deren Frequenz mit zunehmender Plattennähe weiter steigt. Die tiefste der genannten höheren Frequenzen, die etwa bei einem Abstand $0{,}5\,D$ auftrat, sei mit N_1 bezeichnet. Bei entsprechenden Versuchen am Zylinder tritt diese Erscheinung nicht auf.

Zur zahlenmäßigen Festlegung wurde mit einer Pitotrohr-Sonde derselben Dimensionen wie bei den früheren Messungen die Abhängigkeit der Frequenz von dem Abstand von der Platte bei Reynoldsschen Zahlen 500 bis 5000 gemessen. Da besonders in Plattennähe die Gefahr einer Beeinflussung der Wirbelablösung durch die eingeführte Sonde bestand, wurden auch Vergleichsversuche mit Sonden von mehrfach vergrößerten Dimensionen angestellt. Diese Versuche brachten keine über die Größenordnung der Meßgenauigkeit hinausgehenden Abweichungen der Ergebnisse. Gemessen wurden die oben definierte Frequenz N_1 in Plattennähe und die Frequenz N_2 in etwa 6 Plattenbreiten Entfernung von der Platte. Das Verhältnis $\frac{N_1}{N_2}$ ist — abgesehen von einem leichten Abfall unterhalb $Re = 1000$ — weiterhin gut konstant $= 2{,}5$ (Fig. 17).

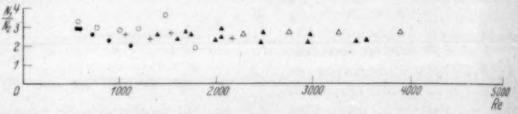


Fig. 17. Verhältnis der Frequenz N_1 in Plattennähe zur Frequenz N_2 in etwa 6 Plattenbreiten Entfernung.
• $D = 0{,}270$ cm ▲ $D = 0{,}600$ cm
○ $D = 0{,}343$ cm △ $D = 0{,}750$ cm
· $D = 0{,}400$ cm

Die beschriebenen Erscheinungen lassen sich etwa folgendermaßen deuten. Die von den beiden Plattenkanten ausgehenden Diskontinuitätsflächen rollen sich in unmittelbarer Plattennähe zu Wirbeln hoher Frequenz (hohe Töne) ein. Weiterhin (in größerer Entfernung von der Platte) bilden dann mehrere solcher kleinen Wirbel zusammen niederfrequente größere Wirbel (tiefer Ton); Kármánsche Wirbelstraße. In ähnlicher Weise läßt sich die Abnahme der Tonhöhe für die hohen Töne in nächster Plattennähe deuten.

Bei den Versuchen am Zylinder trat — wie schon gesagt — die Tonerhöhung bei Annäherung des Pitotrohres an den Zylinder nicht auf. Wir müssen dann annehmen, daß beim Zylinder ein entsprechendes Zusammentreten von kleinen Wirbeln nicht auftritt. Diese Feststellung weist eine gewisse Parallelität mit den Ergebnissen von Untersuchungen am Rohreinlauf auf[1]), wo bei scharfkantigem Einlauf Wirbelvereinigungen festgestellt wurden, während sie bei abgerundetem Einlauf nicht beobachtet wurden.

1) Vgl. H. Kurzweg, Neue Untersuchungen über die Entstehung der turbulenten Rohrströmung, Ann. d. Phys. **18**, 193, 1933.

b) Wirbelabstände. Mit der Pitotrohr-Kombination gelang nicht die Messung der Wirbelabstände in Plattennähe. Hierfür wurden einige Strömungsaufnahmen gemacht. Der benutzte, für Demonstrationszwecke von Herrn Dr. Naumann entworfene Strömungsapparat hat folgende Abmessungen: die Wanne mit rechteckigem Grundriß (30×45 cm²) läßt eine Wassertiefe von etwa 3 cm zu. In der Mitte der Wanne, parallel zu den Längsseiten, verläuft die 10 cm breite und 28 cm lange Versuchsstrecke. Der Wasserumlauf wurde durch zwei Schaufelräder mit vertikaler Achse aufrechterhalten. Als Meßobjekte dienten zwei Rechteckplatten mit der Breite 1,99 cm bzw. 1,00 cm und der Dicke 0,199 cm bzw. 0,100 cm. Das Strömungsbild wurde durch Bestreuen der Flüssigkeitsoberfläche mit Aluminiumpulver sichtbar gemacht und mit einer Bergheilkamera 10×15 aufgenommen. Die Geschwindigkeit der Strömung wurde bei Abwesenheit der Platte aus der Durchlaufszeit eines der Flüssigkeit beigegebenen Papier- oder Aluminiumteilchens über eine Strecke von 20 cm ermittelt. Da bereits die Durchlaufszeiten eine Schwankung von $\pm$ 10 Proz. hatten, ist diesen Messungen mehr nur qualitative Bedeutung beizulegen. Immerhin bestätigt die Beobachtung der Strömung, die im Gebiete der Reynoldsschen Zahlen 700–2600 vorgenommen wurde, die mit dem Pitotrohr festgestellte Existenz hoher Wirbelfrequenz in Plattennähe und niedriger Frequenz in größerer Entfernung von der Platte. Bis zu etwa 4 Plattenbreiten Entfernung werden Vereinigungen von Wirbeln beobachtet[1]) und damit wird die in Abschnitt 5a dieses Kapitels ausgesprochene Deutung gestützt. Die Auswertung von Strömungsaufnahmen (vgl. Fig. 19 als Beispiel) liefert in Abhängigkeit vom Abstand $\frac{\delta}{D}$ von der Platte den Wirbelabstand $\frac{l}{D}$ (Fig. 20). Mit kleiner werdendem $\frac{\delta}{D}$ wird auch $\frac{l}{D}$ kleiner, also ein zur Wirbelfrequenz

1) Auf Fig. 18 unten ist ein solcher Vereinigungsvorgang bei † angedeutet.

Fig. 18. Beispiel † einer Strömungsaufnahme mit Wirbelvereinigung.

entgegengesetztes Verhalten. Der im betrachteten *Re*-Zahlengebiet erhaltene Wert für das Verhältnis der Abstände der Wirbel in Plattennähe (l) und in etwa 6 Plattenbreiten Entfernung (L) ist mit ganz erheblicher Streuung behaftet. Als Mittelwert unserer Messungen kann etwa $\frac{L}{l} = 5$ angegeben werden.

6. Widerstandsmessungen an Platten.

a) Korrektur des Wandeinflusses. Der Widerstandsbeiwert c_W ergibt sich aus

$$c_W = \frac{W}{DB\frac{\varrho}{2}U^2},$$

worin D = Plattenbreite, B = Kanalbreite, W der gemessene Widerstand und U die Anströmungsgeschwindigkeit in Kanalmitte ist. Infolge des Geschwindigkeitsgefälles in der Grenzschicht an den Kanalwänden muß der gemessene Widerstand W korrigiert werden. Dazu wird folgender Weg eingeschlagen. Mit einem feinen Staurohr wurde die Geschwindigkeitsverteilung längs der Platte (bei entfernter Platte) zwischenden beiden begrenzenden Kanalwänden gemessen. Der Widerstand des homogen angeströmten Mittelteiles ist

$$W_* = W - W_{Gr},$$

wenn W_{Gr} der Widerstandsanteil der in der Grenzschicht liegenden Plattenteile ist. Der Berechnung von W_{Gr} wird zunächst die ohne Korrektur erhaltene Widerstandsbeiwertkurve zugrunde gelegt. Die Grenzschicht wird in $n = 8$ Stufen eingeteilt. Für jede Stufe wird der Widerstand

$$W_n = c_{W_n}\frac{\varrho U_n^2}{2}F_n$$

ermittelt (c_{W_n} ist der unkorrigierten c_W-Kurve für die in der betrachteten Grenzschichtstufe herrschende mittlere Reynoldssche Zahl entnommen). Dann ist

$$W_{Gr} = 2\sum W_n$$

und der auf die Breite der homogen angeströmten Platte reduzierte Widerstand

$$W_{*1} = W - W_{Gr};$$

damit ergibt sich

$$c_{W1} = \frac{W_{*1}}{\frac{\varrho U^2}{2}F_*}$$

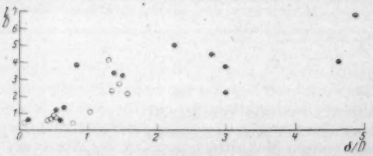


Fig. 20. Wirbelabstand l/D als Funktion des Abstandes δ/D von der Platte.
⊕ $D = 1{,}00$ cm; ○ $D = 1{,}99$ cm.

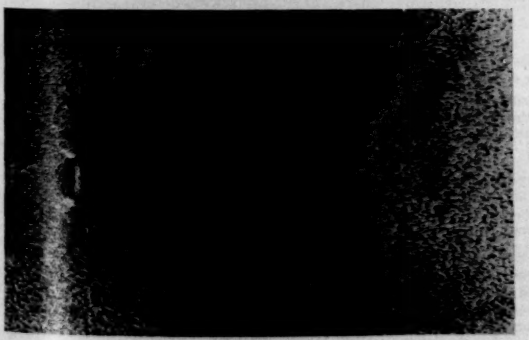


Fig. 19. Beispiel einer Strömungsaufnahme mit kleinen und großen Wirbelabständen.

wobei F_w = Plattenbreite × (Kanalbreite minus Grenzschichtdicke). Das Verfahren wird wiederholt, wobei der Berechnung des Widerstandes in den Grenzschichten die c_{W_1}-Kurve zugrunde-

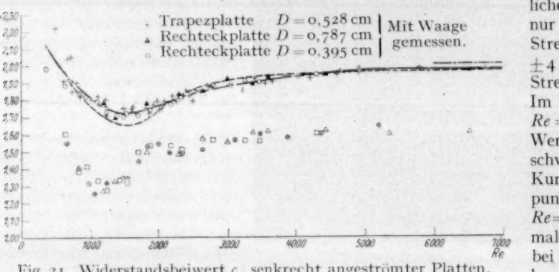


Fig. 21. Widerstandsbeiwert c_w senkrecht angeströmter Platten.
○ Mit Frequenzen an der Trapezplatte
△ Mit Frequenzen an Rechteckplatte $D = 0{,}787$ cm
□ Mit Frequenzen an Rechteckplatte $D = 0{,}395$ cm
Aus gemessenen Wirbelfrequenzen und Abständen mit der Kármánschen Formel berechnet
—— Flachsbart (gemessen, Mittelkurve)
– – – Mittelkurve der älteren Göttinger Messungen (Wieselsberger Flachsbart).

gelegt wird. Man erhält eine c_{W_2}-Kurve und kann das Verfahren beliebig fortsetzen. Für die praktische Durchführung genügt die zweite Näherung. Die Korrekturrechnung wurde für acht über den ganzen Meßbereich verteilte c_W-Werte ausgeführt. Die Korrektur brachte eine zwischen 4,8 Proz. und 3,6 Proz. sich bewegende Erhöhung des Widerstandsbeiwertes. Da es sich hierbei nicht um einen systematischen Gang mit der Reynoldsschen Zahl handelte, wurde einheitlich eine mittlere Korrektur von + 4,2 Proz. angebracht.

b) Widerstand senkrecht angeströmter Platten. Für die Messungen, mit denen Wirbelfrequenzbestimmungen verknüpft waren, wurden 3 Platten benutzt, deren Ausmaße in Abschnitt 3a, S. 488 beschrieben sind. Das Einspannen der Platten in die Drehvorrichtung der Waage (vgl. Kap. II, Abschnitt 6 und 7) mußte mit besonderer Sorgfalt geschehen, da Voruntersuchungen gezeigt hatten, daß Verdrillungen der Platte Fehlanzeigen bedingen. Es war also notwendig, jede Platte sehr gut plan auszurichten.

Die gewonnene c_W-Kurve schließt sich im konstanten Gebiet (ab $Re > 5000$) mit $c_W = 1{,}97$ gut an die Zahlwerte anderer Autoren an (Göttinger Messungen: Wieselsberger, Flachsbart mit $c_W \sim 2{,}0$; Fig. 21). Unterhalb $Re = 5000$ nimmt c_W mit fallendem Re zunächst langsam, dann stärker ab, erreicht bei $Re \sim 1500$ mit $c_W = 1{,}72$ ein Minimum, um dann stetig steigend bei $Re = 600$ den Wert $c_W = 2{,}00$ zu überschreiten.

Bei Abschluß unserer Messungen veröffentlichte O. Flachsbart (18) eine neue Arbeit über Widerstandsmessungen von senkrecht angeströmten Platten im selben Gebiet Reynoldsscher Zahlen. Unsere Messungen stimmen mit den Ergebnissen von Flachsbart im wesentlichen überein, weisen aber nur etwa die Hälfte ihrer Streuung auf (Flachsbart: ± 4 Proz., Lehnert: ± 2 Proz. Streuung um den Mittelwert). Im Widerstandsminimum bei $Re = 1500$ liegt unser c_W-Wert rund 4 Proz. höher. Ein schwächerer Anstieg unserer Kurve führt zu einem Schnittpunkt beider Kurven bei $Re = 2200$ und zu einer maximalen Abweichung nach unten bei $Re = 2700$ um 2 Proz. Im konstanten Gebiet liegen unsere Messungen etwa $^1/_2$ Proz. über den neueren Messungen Flachsbarts. Die Abweichungen im Minimumgebiet sind als Folgen des verschiedenen Turbulenzgrades der Windkanäle anzusehen, der gerade in kritischen Gebieten besonders von Einfluß wird. Als solches ist wohl das Gebiet um das Minimum anzusehen.

Beim Vergleich der c_W-Kurve (Fig. 21) mit der $\frac{ND}{U}$-Kurve (Fig. 10) für senkrecht angeströmte Platten erkennt man ein spiegelbildlich gleiches Verhalten. Einem c_W-Abfall in dem Re-Gebiet 600–1500 entspricht ein $\frac{ND}{U}$-Anstieg. Nach erreichtem c_W-Minimum bzw. $\frac{ND}{U}$-Maximum bei $Re = 1500$ folgt ein zunächst stärkerer, dann schwächerer c_W-Anstieg bzw. $\frac{ND}{U}$-Abfall, bis bei $Re = 4000$ bis 5000 beide Kurven ihren konstanten Endwert erreichen.

c) Widerstand von Platten in Abhängigkeit vom Anstellwinkel. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Anstellwinkel wurde an 4 Platten mit den Breiten 0,395; 0, 789; 0, 270; 0,343 cm und dem Seitenverhältnis des rechteckigen Querschnittes von etwa 1 : 8 untersucht.

. Die Festlegung der Anstellwinkel erfolgte wieder wie bei den Frequenzmessungen (siehe S. 488 und 489). Das Maximum des Widerstandes entspricht der senkrechten Anströmung ($\Theta = 90°$), das Minimum der Parallelanströmung ($\Theta = 0°$).

Da bei diesen früher ausgeführten Meßreihen die Waage noch nicht abgeschirmt war (vgl. Kap. II, 5), wirkten Luftkräfte auf Waagschalen und Gestänge und zwar in dem Sinne einer Widerstandsverminderung der Platte

gegenüber dem richtigen Wert[1] (die Störungskräfte sind also nicht vom Luftstrahl unmittelbar, sondern von äußeren Strömungen herrührend). Dies bedingte die Anbringung einer Korrektur. Zu ihr geht man aus von dem Anstellwinkel 90° (Maximum der W-Θ-Kurve), für den man aus Teil III, 6b den richtigen Widerstandswert entnimmt. Die Differenz zwischen diesem und dem obigen durch Luftkräfte auf die Zahl als Parameter aufgetragen. Trägt man die c_W als Funktion der Re-Zahlen mit dem Anstellwinkel als Parameter auf (Fig. 23), so zeigt der Verlauf aller Kurven denselben Charakter wie die c_W-Kurve bei senkrechter Anströmung: zunächst Abfall zu einem Minimum bei $Re = 1500$[1]), dann Anstieg und Übergang zum konstanten Wert bei etwa $Re = 5000$. Im ganzen besteht von $Re = 1000$ aufwärts auch für die verschiedenen Anstellwinkel ein gleicher analog entgegengesetzter Verlauf der c_W- und $\frac{ND}{U}$-Kurve wie für die 90°-Anströmung.

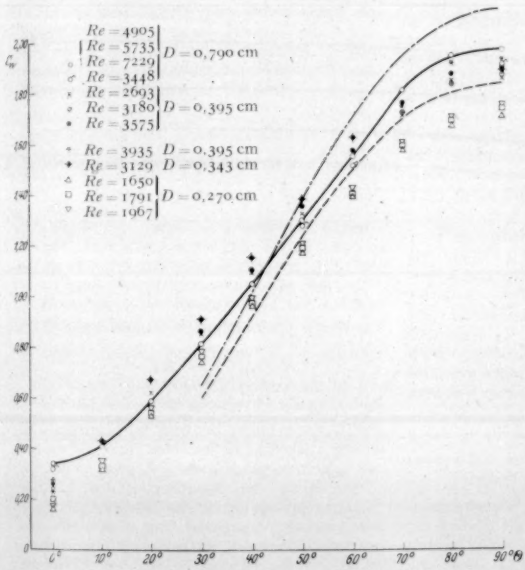


Fig. 22. Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes vom Anstellwinkel bei Platten.

—·— Fage und Johansen (ohne Korrektur)
—— Fage und Johansen (mit Korrektur, vgl. Fußnote S. 495).

Waage beeinflußten Wert wurde unabhängig vom Anstellwinkel für je eine bestimmte Anströmungsgeschwindigkeit als gültig angenommen. Demgemäß wurde sie als additive Korrektur auch für alle anderen Anstellwinkel in Rechnung gesetzt. Die betreffenden Korrekturbeträge für die c_W liegen für die senkrechte Anströmung, mit zunehmender Geschwindigkeit steigend, zwischen 2 und 13 Proz., für die kleineren c_W der kleinen Anstellwinkel entsprechend höher. Man wird daher die c_W der kleinsten Anstellwinkel mit gewisser Vorsicht zu bewerten haben.

In Fig. 22 sind die Ergebnisse als Funktion des Anstellwinkels mit der Reynoldsschen

Mit Hilfe dieser beiden Werte interpolierten wir die Korrekturbeträge für die übrigen Anstellwinkel und setzten die so reduzierten Werte von Fage und Johansen zum Vergleich mit unseren c_W-Werten in Fig. 22 ein.

Aus der Korrektur von Fage und Johansen läßt sich für unsere Messungen abschätzen, daß selbst für den ungünstigsten Fall (Kanalbreite/Plattenbreite ~ 86) die Korrektur unterhalb 1 Proz. liegen würde, also vernachlässigt werden kann.

Mit den Widerstandsbeiwerten, die von Fage und Johansen (16) aus Messungen der Druckverteilung an der Platte bei $Re \sim 150000$ in Abhängigkeit vom Anstellwinkel gewonnen wurden, stimmen unsere Werte für $Re > 5000$ qualitativ überein (Fig. 22)[2]). Das Maximum ihrer c_W-Kurve, also der Widerstandsbeiwert für die senkrecht angeströmte Platte, liegt 6,6 Proz. tiefer als

1) Die betreffenden Punkte bei den kleinsten Reynoldsschen Zahlen sind in Fig. 22 der Übersicht wegen weggelassen.

2) Durch Messungen an Platten verschiedener Breite wird von Fage und Johansen eine Abhängigkeit des Widerstandskoeffizienten von dem Verhältnis Kanalbreite/Plattenbreite festgestellt (worauf vorher bereits Glauert auf Grund theoretischer Betrachtungen hingewiesen hatte) und daraus c_W für den unendlichen Kanaldurchmesser extrapoliert. Danach wird c_W für senkrechte Anströmung ($\Theta = 90°$) um 13,5 Proz. reduziert. Für $\Theta = 30°$ wird eine wahrscheinliche Reduktion von 8 Proz. errechnet.

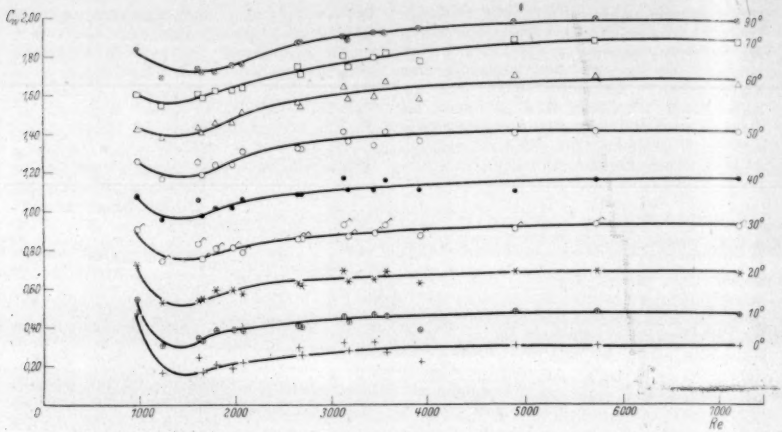


Fig. 23. Widerstandsbeiwert c_w von ebenen Platten mit den Anstellwinkeln 0° bis 90°.

der maximale c_W-Wert unserer Kurven. Bei etwa $\Theta = 60°$ nähert sich der c_W-Wert dem unsrigen bis auf 3,2 Proz. und entfernt sich bis zu einer Abweichung um 20 Proz. nach unten bei $\Theta = 30°$. Kleinere Winkel liegen zum Vergleich nicht vor.

7. Berechnung des Widerstandsbeiwertes nach der Kármánschen Formel.

Aus den von uns gemessenen Wirbelfrequenzen und Wirbelabständen konnte der Widerstand einer senkrecht angeströmten Platte mittels einer v. Kármán (4) gegebenen Beziehung zwischen Wirbelstraßenströmung und Widerstand berechnet und mit dem unmittelbar gemessenen Widerstand verglichen werden. Nach v. Kármán folgt durch Anwendung des Impulssatzes auf die Strömung der Wirbelstraße:

$$c_W = 2\left[0{,}799\,\frac{u}{U} - 0{,}323\left(\frac{u}{U}\right)^2\right]\frac{L}{D}.$$

Hierin bedeuten:

$$c_W = \frac{W}{\frac{\varrho U^2}{2} D},$$

u = Geschwindigkeit des Wirbelsystems,
U = Geschwindigkeit des Körpers,
L = Wirbelabstand,
D = Plattenbreite,
W = Widerstand der Längeneinheit,
ϱ = Dichte.

Die Werte $\frac{u}{U}$ konnten nach der Beziehung

$$\frac{u}{U} = 1 - \frac{NL}{U}$$

aus Wirbelfrequenz N und Wirbelabstand L ermittelt werden. In unserem Falle des ruhenden angeströmten Körpers ist dabei U die Geschwindigkeit der Anströmung des Körpers (Relativgeschwindigkeit des Körpers gegen die anströmende Flüssigkeit) und u die Relativgeschwindigkeit der Wirbel gegen die Anströmung. Die Berechnung von c_W wurde für die Reynoldsschen Zahlen durchgeführt, bei denen Frequenzen N gemessen waren (vgl. III, 3a). Die zugehörigen Wirbelabstände wurden der Mittelkurve der Fig. 16 entnommen. Die so erhaltenen c_W-Werte sind einzeln in Fig. 21 eingetragen. Ihr Verlauf mit der Re-Zahl stimmt qualitativ mit dem der gemessenen c_W-Werte überein. Jedoch liegen sie im Mittel etwa 20 Proz. tiefer. Dieser Unterschied mag vielleicht etwas befremden. Jedoch zeigt ein Vergleich unserer c_W-Werte – aus der Wirbelstraße errechnet – mit den entsprechenden Werten, die v. Kármán und Rubach in Wasserströmung erhalten haben, daß beide ungefähr gleich groß sind: Für $Re = 1750$ bis 4180 erhielten v. Kármán und Rubach den Mittelwert $c_W = 1{,}60$, und unsere berechneten c_W-Werte steigen in diesem Gebiet von 1,50–1,60, dem konstanten Endwert, an.

Messungen von Fage und Johansen (bei höheren Re-Werten: $Re \sim 150000$) lieferten Unterschiede der c_W-Werte aus Wirbelstraße bzw. Druckverteilung in etwa der gleichen Größe wie die unsrigen. Eine Verringerung dieses Unterschieds mit Fage und Johansen dadurch zu erzielen, daß nur die c_W-Werte aus der Druckverteilung einer Korrektur wegen des endlichen Kanaldurchmessers unterzogen wurden, erscheint uns nicht sehr einleuchtend.

Im ganzen liefern also die früheren und unsere Messungen, aus der Wirbelstraße errechnet, einen etwa 20 Proz. niedrigeren c_W-Wert gegenüber den auf andere Art (Wägung, Druckverteilung) ermittelten c_W-Werten.

IV. Kapitel: Zusammenfassung.

1. Es wird die dimensionslose Wirbelfrequenz $\frac{ND}{U}$ für senkrecht angeströmte Kreiszylinder im Gebiet der Re-Zahlen 50–1350 und für schräg angeströmte Zylinder von 65 bis 240 gemessen. Zur Bestimmung der Frequenzen dienen zwei akustische Methoden: Ermittelung der Resonanztöne der Zylinder (Drähte) und Abhören mittels Pitotrohr. Mit zunehmendem Re nimmt $\frac{ND}{U}$ zunächst kräftiger, dann allmählich schwächer zu. Der Verlauf ist hierbei annähernd spiegelbildlich zu dem bekannten Verlauf der c_W-Kurve (einschließlich einer bzw. zweier Einbuchtungen). Bei Schräganströmung nimmt $\frac{ND}{U}$ mit zunehmendem Anströmungswinkel zu.
2. Für die senkrecht angeströmte ebene Platte werden im Gebiet $Re = 500$ bis 7500 mit Pitotrohr Wirbelfrequenzen und Wirbelabstände und mittels Wägung Widerstände gemessen. Zunächst erfolgt bis $Re = 1500$ Anstieg der $\frac{ND}{U}$- und Fallen der c_W-Werte. Bei $Re = 1500$ hat die Frequenz mit $\frac{ND}{U} = 0{,}157$ ein Maximum und der Widerstandskoeffizient mit $c_W = 1{,}72$ ein Minimum. Weiterhin fällt $\frac{ND}{U}$ und c_W steigt an. Beide werden etwa ab $Re = 5000$ konstant mit $\frac{ND}{U} = 0{,}147$ bzw. $c_W = 1{,}97$. Auch die Wirbelabstände $\frac{L}{D}$ besitzen bei $Re = 1500$ ein schwaches Minimum. Ihr konstanter Endwert wird mit $\frac{L}{D} = 5{,}4$ bei etwa $Re = 4000$ angenommen. Die aus Frequenzen und Abständen nach v. Kármán berechneten c_W-Werte liefern als Funktion von Re den gleichen Verlauf wie die experimentellen, liegen aber rund 20 Proz. tiefer.
3. Mit abnehmendem Anstellwinkel ($\Theta < 90°$) nimmt $\frac{ND}{U}$ zu und c_W ab. Die Abhängigkeit von Re entspricht der bei Senkrechtanströmung.
4. Wirbelfrequenz und Wirbelabstand erweisen sich als abhängig von dem Plattenabstand. Nahe der Platte werden kleinere Abstände und höhere Frequenzen beobachtet als in einiger Entfernung.

Vorliegende Arbeit wurde in der Abteilung für angewandte Mechanik und Thermodynamik beim Physikalischen Institut der Universität Leipzig durchgeführt.

Meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. Schiller, bin ich für Anregungen zu dieser Arbeit und weitgehende Förderung zu ganz besonderem Dank verpflichtet. Ferner gebührt mein bester Dank Herrn Dr. Naumann für die hilfreiche Unterstützung, sowie Herrn Mechanikermeister Hentsch für die Ausführung der mechanischen Arbeiten.

Literaturverzeichnis.

1) V. Strouhal, Über eine besondere Art der Tonerregung. Wied. Ann. **5**, 216, 1878.
2) Lord Rayleigh, Aeolian Tones, Phil. Mag. **29**, 433, 1915.
3) H. Bénard, Formation de centres de giration à l'arrière d'un obstacle en mouvement. C. R. **147**, 839, 1908; Sur la zone de formation des tourbillons alternés derrière un obstacle. C. R. **156**, 1003, 1913; Sur la marche des tourbillons alternés derrière un obstacle, C. R. **156**, 1225, 1913.
4) Th. v. Kármán und H. Rubach, Über den Mechanismus des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes. Physik. Zeitschr. **13**, 49, 1912.
5) W. Heisenberg, Die absoluten Dimensionen der Kármánschen Wirbelbewegung. Physik. Zeitschr. **23**, 363, 1922.
6) F. Krüger und A. Lauth, Theorie der Hiebtöne. Ann. d. Phys. **44**, 801, 1914.
7) F. Krüger, Zur Hydrodynamik der Hiebtöne. Ann. d. Phys. **60**, 279, 1919.
8) E. F. Relf, On the Sound emitted by Wires of Circular Section when exposed to an Air Current. Phil. Mag. **42**, 173, 1921.
9) A. Thom, Eddies behind a Circular Cylinder. R. and M., S. 1373, 1930.
10) E. Tyler, Vortex Formation behind Obstacles of various Sections. Phil. Mag. **11**, 849, 1931.
11) E. Tyler, Measurement of Critical Velocity of Flow past Objects of small Section by means of a Pitottube. Phil. Mag. **14**, 990, 1932.

12) C. Camichel and P. Dupin, Flow of a Viscous Liquid about an Obstacle, Journ. of Rheol., Vol. III, Nr. 4, 1932.
13) Blenk, Fuchs und Liebers, Über Messungen von Wirbelfrequenzen. Luftfahrtforschung **12**, 38, 1935.
14) C. N. H. Lock, On the System of Vortices generated by a Circular Cylinder in Steady Motion through a Fluid. R. and M., S. 986, 1925.
15) E. F. Relf and L. F. G. Simmons, The Frequency of the Eddies generated by the Motion of Circular Cylinders through a Fluid. Phil. Mag. **49**, 509, 1925; R. and M., S. 917.
16) A. Fage and F. C. Johansen, On the Flow of Air behind an Inclined Flat Plate of Infinite Span. Proc. **116**, 170, 1927.
17) W. Linke, Neue Messungen zur Aerodynamik des Zylinders, insbesondere seines reinen Reibungswiderstandes. Diss. Leipzig 1931; Physik. Zeitschr. **32**, 900, 1931.
18) O. Flachsbart, Widerstand quer angeströmter Rechteckplatten. ZAMM. **15**, 32, 1935.

Leipzig, Abteilung für angewandte Mechanik und Thermodynamik beim Physikalischen Institut der Universität.

(Eingegangen 12. März 1937.)

Über die quasikristalline Struktur von Flüssigkeiten und Lösungen.

Debyesche Rotationsbehinderung, van Arkelsche Assoziation und der Ordnungszustand.

Von F. Horst Müller.

P. Debye (1) hat gezeigt, daß eine Reihe von Erscheinungen, beispielsweise die Verringerung der Molekularpolarisation einer reinen Dipolflüssigkeit gegenüber dem Wert, den man nach Versuchen an verdünnten Lösungen erwarten sollte, dadurch verursacht wird, daß die Moleküle im flüssigen Aggregatzustand in ihrer freien Rotation gehemmt sind. Man muß zu diesem Zwecke annehmen, die Moleküle seien mit einer gewissen potentiellen Energie E an mit Zeit und Ort langsam veränderliche Richtungen gekoppelt. Das bedeutet, man müßte gemäß dem Ansatz $U = -E\cos\vartheta$ die Energie E aufwenden, um in der Flüssigkeit ein Molekül aus seiner augenblicklichen Lage momentan um 90° herauszudrehen. (U = potentielle Energie, ϑ Drehwinkel aus der momentanen Nullage!)

Die wesentlichste Stütze für diese Betrachtungsweise liegt neben Überlegungen über spezifische Wärmen und Lichtstreuung darin, daß man die verschiedensten Effekte: Kerreffektsverminderung, verringerte Molekularpolarisation (1), verkleinerter dielektrischer Sättigungseffekt (2), durch ein und denselben Energiewert E für irgendeine bestimmte Substanz erklären kann. Und zwar ist dies der Fall, obgleich die nötigen Reduktionsfaktoren, mit denen man die aus der freien Drehbarkeit folgenden Werte zur Angleichung an die experimentell gefundenen multiplizieren muß, um Größenordnungen voneinander verschieden sind. So ist die Molekularpolarisation nur um ~ 6 Proz. kleiner, als man dem Dipolmoment und der Dichte entsprechend erwarten würde, der Sättigungseffekt aber ist $^1/_{3500}$ des theoretischen.

In den vorgenannten Veröffentlichungen von Debye wurde jedoch nichts Näheres über einen Zusammenhang der Rotationskoppelungsenergie E mit anderen Moleküldaten ausgesagt, insbesondere auch kein Bild für einen solchen Kopplungsmechanismus entwickelt. Ziel der hier vorgebrachten Überlegungen soll es sein, Zusammenhänge von E mit in Frage kommenden Größen zu finden und so eine Vorstellung von der Verkopplung der Moleküle in der Flüssigkeit, ein Bild von dem „Ordnungszustand" zu erhalten.

Zu diesen Betrachtungen kann vorerst nur eine der oben aufgezählten Erscheinungen herangezogen werden: das Verhalten der Molekularpolarisation, genauer, ihr Verlauf für einen im unpolaren Lösungsmittel gelösten Dipolstoff in Abhängigkeit von Konzentration, Temperatur usw. Diese Erscheinung kommt vor allem deshalb allein in Frage, weil nur über sie ein größeres experimentelles Material vorliegt. Die im folgenden entwickelten Gedanken stützen sich einesteils also auf dieses experimentelle Material, besonders insoweit, als es das Verhalten bei geringen Konzentrationen und im Gebiet der kritischen Temperatur betrifft. Andererseits gab eine halbempirische von van Arkel und Snoek aufgestellte Formel gewisse Anregungen.

Van Arkel und Snoek (3) fanden eine Formel, die für viele Stoffe — mit überraschender Genauigkeit und unter Zuhilfenahme von nur einer willkürlichen Konstanten c, die dazu noch weitgehend unabhängig von der betrachteten Substanz ist — die Molekularpolarisation einer Dipolsubstanz in Mischung mit unpolarem Lösungsmittel in nahezu dem gesamten Konzentrationsbereich darstellt[1]).

1) Sie läßt sich auch so erweitern, daß sie für Mischungen zweier polarer Substanzen gilt, doch wird dies für die weiteren Betrachtungen nicht benötigt.

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich nur auf Substanzen, die dieser Formel von van Arkel genügen. Solche sind z. B. Chlorbenzol, Nitrobenzol, die Dichlorbenzole, Methylchlorid und viele andere mehr. (Man vergleiche z. B. die in Tabelle II aufgezählten Substanzen!) Flüssigkeiten wie Alkohole, Äthyläther und andere zeigen dagegen einen anderen Typus von Assoziation. Der Einfachheit halber ist der hier betrachtete Typus von Assoziation in Dipollösungen als „van Arkelsche" Assoziation bezeichnet.

Die genannten Autoren erhielten ihre Formel dadurch, daß sie in die für unendlich verdünnte Lösung (genauer: nur für den Gaszustand) abgeleitete Debyesche Beziehung

$$P_2^{or} = \frac{4\pi}{3} N \cdot \frac{\mu^2}{3kT}$$

ein Glied einfügten, das der Wechselwirkungsenergie der Dipole $\frac{\mu^2}{r^3} \sim n \cdot \mu^2$ proportional ist und der durch das Meßfeld hervorgerufenen Orientierung in gleicher Weise wie die Temperaturenergie kT entgegenwirkt. Die Zeichen haben die übliche Bedeutung: P_2^{or} = Orientierungspolarisation der polaren Komponente, N = Loschmidtsche Zahl, μ = Dipolmoment, n = Anzahl der Dipole im ccm.

Die Formel lautet:

$$P_2^{or} = \frac{4\pi}{3} N \cdot \frac{\mu^2}{3kT + cn\mu^2}. \qquad (1)$$

Ihre theoretische Ableitung ist bis heute nicht geglückt.

Wir wollen diese Formel verwenden, um durch sie einen Hinweis zur Gewinnung eines expliziten Ausdruckes für die Debyesche Rotationskopplungsenergie E zu erhalten, zum wenigsten für den Fall hoher Konzentrationen. Nach Debye (1) erhält man ja die beobachtete Molekularpolarisation aus der idealen, dem unbehinderten Molekül entsprechenden durch Multiplikation mit dem Reduktionsfaktor R. Also

$$P_2^{or} = {}_{id}P_2^{or} \cdot R\left(\frac{E}{kT}\right). \qquad (2)$$

${}_{id}P^{or}$ ist die einer vollkommen freien Drehbarkeit entsprechende ideale Orientierungspolarisation, $R(y)$ hat die Form $R = 1 - L^2(y)$, und $L(y)$ ist die vom Magnetismus her bekannte Langevinfunktion

$$\mathfrak{Cotg}\, y - \frac{1}{y}\,; \quad \left(y = \frac{E}{kT}\right).$$

Im Falle sehr großer Wechselwirkung kann man in der van Arkelschen Formel (1) die Temperaturenenergie kT gegenüber dem Glied $cn\mu^2$ vernachlässigen, und man findet für die Molekularpolarisation einen temperatur- und momentunabhängigen Ausdruck[1]):

$$P_2^{or} = \frac{4\pi}{3} N \cdot \frac{1}{n \cdot c}. \qquad (1a)$$

Die Debyesche Formel (2) läßt sich für große Werte von $y = E/kT$, also starke Rotationskopplung, ebenfalls entwickeln und ergibt:

$$\left.\begin{aligned} P_2^{or} = {}_{id}P_2^{or} \cdot \frac{2}{y} &= \frac{4\pi}{3} N \cdot \frac{\mu^2}{3kT} \cdot \frac{2kT}{E} \\ &= \frac{4\pi}{3} N \cdot \frac{\mu^2}{\frac{3E}{2}}. \end{aligned}\right| \qquad (2a)$$

Sollen beide Formeln in diesem Grenzfall identisch werden — und das wollen wir annehmen —, so muß die Beziehung

$$3\frac{E}{2} = cn\mu^2 \qquad (3)$$

bestehen[2]).

Ehe wir diese Gleichung (3) auf ihre physikalische Bedeutung hin betrachten, wollen wir prüfen, ob dieser einfache Zusammenhang in der gleichen Weise auch für beliebige Konzentrationen gültig bleiben kann.

Schon aus den Formeln (1) und (2) sieht man, daß dies nicht der Fall ist. Aus (1) folgt für kleines $cn\mu^2$:

$$P_2^{or} = \frac{4\pi}{3} N \cdot \frac{\mu^2}{3kT}\left(1 - \frac{cn\mu^2}{3kT}\right),$$

während (2)

$$P_2^{or} = \frac{4\pi}{3} N \cdot \frac{\mu^2}{3kT}\left(1 - \frac{1}{y}\left(\frac{E}{kT}\right)^2\right)$$

oder mit Hilfe von (3)

$$= \frac{4\pi}{3} N \cdot \frac{\mu^2}{3kT}\left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{cn\mu^2}{3kT}\right)^2\right] \qquad (4)$$

liefert.

1) Auf diese Tatsache weist van Arkel schon in der ersten Veröffentlichung über diesen Gegenstand hin und deutet einen Zusammenhang an mit von Zernike und Ornstein (4) angestellten Rechnungen über die Wechselwirkungen von magnetischen Dipolen.

2) Die genaue Beziehung $3E/2 = cn\mu^2$ gilt erst für sehr feste Rotationskopplungen. Im Falle des weiter unten erwähnten Beispieles (Nitrobenzol!) wird das Glied $3kT$ in Gleichung (1) $= 4{,}38 \cdot 10^{-14}$ und $cn\mu = 52 \cdot 10^{-14}$. Also kann man das Glied $3kT$ noch nicht vernachlässigen. Jedenfalls gilt aber $E \sim cn\mu^2$. Berücksichtigt man in beiden Gleichungen (1) und (2) die zweiten Glieder der Entwicklung, so wird die Übereinstimmung jedoch schon sehr gut.

Tabelle I.

System: Nitrobenzol in CCl_4 (5)
$R = 32$ cm³; $t = 20°$ C.

n	$P_2^{exp.}$	$P_2 = R + \alpha P_2$ (v. Arkel)	$P_2 = R + \alpha P_2$ (Debye)	$\frac{E}{kT}$
0	369	369	369	0
$0{,}062 \cdot 10^{21}$	349	354	368	0,75
0,132	338	340	367	0,95
0,201	328	325	365	1,1
2,294	313	309	358	1,4
0,445	293	286	350	1,6
0,597	274	267	338	1,9
0,955	239	230	299	2,6
1,305	212,3	204	260	3,0
1,92	177,7	172	206	4,0
2,67	155,5	146	164	4,8
3,06	140,0	136	151	5,5
3,60	126,6	125	133	6,4
4,26	113,7	114	119	7,6
4,82	106,5	106	109	8,3
5,34	100,5	100,5	103	8,9
$5{,}90 \cdot 10^{21}$ (reines Nitrobenzol)	95,5	95,5	95,5	9,9

Tabelle I soll die Unterschiede an Hand eines speziellen Beispiels, nämlich für das System Nitrobenzol-CCl_4 (5), nochmals ausführlich belegen. In der dritten und vierten Spalte sind die mittels der Gleichung (1) und (2) errechneten Werte der Molekularpolarisation eingetragen, das c entspricht dem bei der reinen Dipolflüssigkeit notwendigen Wert: $c = 1{,}32 \cdot \frac{4\pi}{3}$. Die Experimente

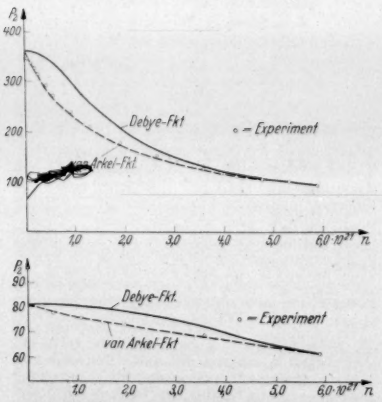


Fig. 1. Molekularpolarisation P des gelösten Stoffes, aufgetragen gegen die Zahl der Dipolmoleküle im Kubikzentimeter.
a) Für Nitrobenzol in Tetrachlorkohlenstoff (5).
b) Für Chlorbenzol in Heptan (25).

ergeben einen andersartigen Polarisationsabfall mit der Konzentration, als die Debyesche Formel errechnen läßt, wenn man E als konzentrationsunabhängig annimmt (siehe Fig. 1). Tatsächlich sollten wir auch anders vorgehen, nämlich aus (2) die den Experimenten entsprechenden Werte E ermitteln (Spalte 5, Tabelle I). Tragen wir diese gegen die Konzentration n auf, so finden wir die in Fig. 2 dargestellte Kurve. Wir schließen also, daß der Ausdruck (3) $E \sim c n \mu^2$ nur für hin-

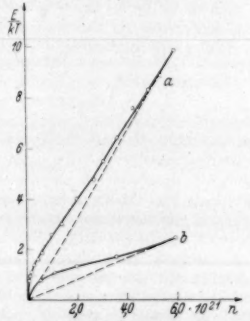


Fig. 2. Werte E/kT, aufgetragen als Funktion der Dipolmolekülzahl im Kubikzentimeter für das System Nitrobenzol-Tetrachlorkohlenstoff (a) und Chlorbenzol-Heptan (b).

reichend große Wechselwirkung, insbesondere also für reine Flüssigkeiten, Sinn hat. Für Lösungen sind weitere Überlegungen nötig. Wir werden darauf später zurückkommen, zunächst wollen wir versuchen, die Beziehung (3) zu verstehen.

Am besten gehen wir dazu von einer Analogie aus, die sich höchstwahrscheinlich sehr weitgehend ausbauen läßt, von der Analogie der Struktur einer Dipolflüssigkeit und der eines starken Elektrolyten.

Bekanntlich sind die positiven und negativen Ionen eines vollkommen dissoziierten Salzes nicht gleichmäßig im Flüssigkeitsraume verteilt, es herrscht ein gewisser Rest von Ordnung. Jedes positive Ion umgibt sich bevorzugt mit negativen und umgekehrt. Debye charakterisierte diese Struktur durch den Begriff der Ionenwolke (6). Die Entstehungsursache dafür ist die elektrostatische Wechselwirkung.

Wir können versuchen, im Falle der Dipolflüssigkeit in gleicher Weise vorzugehen. Es wird auch hier eine Struktur im kleinen herrschen, die auf die elektrischen Wirkungen der Dipole zurückzuführen ist. Sie wird sich kundtun durch eine bestimmte Richtungsverkettung der Dipole,

durch eine „Richtungssphäre“[1]). Ganz analog, wie man sich die Ionenwolke als Überrest einer kristallinen Ordnung vorstellen kann — man denke sich nach Debye z. B. einen *NaCl*-Kristall zerknetet —, so würde eine solche Richtungstendenz im kleinen verbleiben, würde man ein kubisches Gitter zerkneten, in dessen Gitterpunkten sich lauter zunächst parallele und antiparallele Dipole befinden (Fig. 3)[2]).

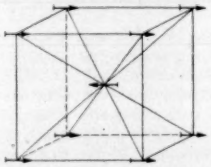


Fig. 3. Kubisches Gitter mit Dipolen.

Man kann es auch so ausdrücken: Ionenwolke heißt: Bewege ich mich von irgendeinem Ion in radialer Richtung fort, so beobachte ich, daß für geringe Abstände die Wahrscheinlichkeit, ein entgegengesetzt geladenes Ion anzutreffen, größer ist als umgekehrt. Bei großen Abständen ist beides gleich wahrscheinlich, die Ordnung herrscht nur im kleinen. Richtungssphäre würde bedeuten: Gehe ich von einem Dipolmolekül radial nach außen, so finde ich, daß die Wahrscheinlichkeit, zunächst Dipolmoleküle bestimmter relativer Orientierung zu treffen, größer ist als die für Dipole von beliebiger statistischer Orientierung. Auch diese Ordnung herrscht nur im kleinen. Man muß aber noch hinzufügen, daß dieses Bild nur gültig bleibt, solange die mittlere Verteilung der Dipole im Raum gleichmäßig ist, eine Ordnung, die eben bei reinen Flüssigkeiten zwangsläufig erfüllt ist.

Muß man zulassen, daß die räumliche Dichte der Dipole in verschiedenen Richtungen, z. B. parallel zur Richtung und senkrecht zur Richtung des zentralen Dipols, verschieden groß wird, so ist die entstehende Flüssigkeitsstruktur noch etwas komplizierter. Und dieser Effekt scheint gerade bei den geringen Konzentrationen der Lösungen — neben anderen Wirkungen — mitzuspielen[3]).

Rechnerisch wurde die Ionenwolke erfaßt, indem man im thermodynamischen Potential den Betrag der Coulombschen Wechselwirkungsenergie der Ionenwolke berücksichtigte (6). Die Wirkung der „Richtungssphäre“ sollte sich durch Einführung eines Wechselwirkungsgliedes der Dipole $\sim \frac{\mu^2}{r_i^3}$ in das Gibbssche Potential ganz entsprechend ermitteln lassen. Doch werden die Rechnungen komplizierter infolge des Auftretens dreier Größen (ϑ_i, φ_i und evtl. r_i) statt einer (r). Es sieht so aus, als ob man dem Problem mangels einer ausreichenden Zahl von Beziehungen nicht beikommen könnte (7).

Betrachten wir es jedoch einmal von einem ganz anderen Standpunkt aus! — Wir werden dabei zunächst bewußt auf die exakte mathematische Berechnung verzichten. — Es legt nämlich der Begriff der Rotationskopplung folgendes Bild nahe:

Jeder Dipol sorgt durch sein elektrisches Kraftfeld dafür, daß die anderen in seiner Nähe befindlichen Dipole nicht im Mittel gleichmäßig über alle Raumrichtungen verteilt, sondern etwas bevorzugt parallel dem Felde des zentralen Dipols stehen. Es herrscht also an dem Ort des gerade als Zentrum gedachten Dipols ein inneres Feld F, erzeugt durch die umliegenden polaren Moleküle, und demzufolge ist zum Herausdrehen aus dieser momentanen Kopplungsrichtung eine Energie $\mu \cdot F \cos \vartheta$ aufzuwenden.

Wir wollen versuchen, mit Hilfe der Richtungssphäre näheres über F auszusagen, um damit die Formulierung für die Debyesche Rotationskopplungsenergie $E = \mu \cdot F$ zu gewinnen.

Wir beschränken uns nun zunächst auf reine Dipolflüssigkeiten. Nur dann ist nämlich aus Gründen der gleichmäßigen Raumerfüllung auch eine gleichmäßige mittlere räumliche Verteilung der Dipole gewährleistet, d. h. die der Dipole streng genommen auch nur dann, wenn die Moleküle annähernd kugelig sind und das Moment genau zentral liegt[1]).

1) Vorschlag des Verfassers.

2) Nach einer mündlichen Mitteilung von Prof. Debye.

3) Das Verhalten der verdünnten Lösungen wird im zweiten Teil der Arbeit ausführlich diskutiert.

1) Das ist bei Chlorbenzol, Methylchlorid ziemlich gut erfüllt. Stellt man sich nach Stuarts (8) Methoden Molekülmodelle her, so sieht man, daß z. B. zwischen Chlorbenzol und Anilin oder Phenol ein charakteristischer Unterschied besteht. Bei den letztgenannten Substanzen liegt der Dipol sehr frei und zugänglich, oberflächlich. Es würde also Assoziation zu Zweierkomplexen usw. zustande kommen, nicht nur eine allgemeine Verkopplung von allen Dipolmolekülen mit allen, wie sie hier betrachtet wird. Dieser Unterschied führt für die Lösungen zu vollkommen andersartigem Verhalten, das durch die Arbeiten von K. L. Wolf (9) und seinen Schülern geklärt wurde. Für die reinen Flüssigkeiten führen beide Anschauungen trotzdem zu fast gleichem Ergebnis (9a).

Das letztere zeigt sich noch bei folgender Betrachtung: Läßt man den ganzen komplizierten Verlauf der Molekularpolarisation mit der Konzentration der Lösungen außer acht, so kann man die van Arkelsche „c“-Konstante aus dem Wert

Gleichmäßig soll dabei heißen, daß die Dipole nahezu in den Punkten eines Gitters sitzend gedacht werden können[1]). Aus Fig. 4 lesen wir

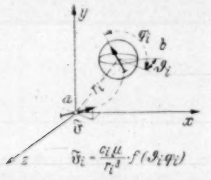


Fig. 4. Berechnung des Beitrages zum Feld, das ein Molekül b an der Stelle, wo das Molekül a sitzt, liefert.

ab, daß am Orte des Moleküls a, das im Koordinatenursprung sitzt, das innere Feld sich aus Beträgen μ/r_i^3, multipliziert mit Funktionen der Winkellage relativ zu a, herrührend von den Feldern umliegender Dipole (z. B. vom Dipol b), zusammensetzt:

$$\mathfrak{F} = \sum' \frac{\mu}{r_i^3} f_i(\vartheta, \varphi) . \qquad (5)$$

Wäre keine Wechselwirkung da, so wären die Dipole über alle Richtungen statistisch gleichmäßig verteilt und $\mathfrak{F} = 0$. Tatsächlich sorgt das Zentralmolekül dafür, daß die umliegenden Moleküle sich in gewisser Weise in seinem Kraftfeld orientieren. Wir dürfen jedoch keineswegs einfach so rechnen, als ob die umliegenden Dipole — mit entsprechendem Boltzmannfaktor $e^{-\frac{\mu \mathfrak{F}}{kT}}$ natürlich — sich im Feld $\mathfrak{F}$ des Zentralmoleküls ausrichten, sondern wir müssen beachten, daß der sich einstellende Ordnungszustand so beschaffen sein muß, daß jedes Molekül als zentrales Molekül aufgefaßt werden kann. Zum Beispiel wirken (Fig. 5) der richtenden Kraft, die das augenblicklich als Zentralmolekül aufgefaßte Teilchen a auf c ausübt, die störenden Kräfte der übrigen Moleküle (b usw.) entgegen. Man kann es auch so sagen: Liegt der Dipol b für a energetisch günstig, so kann c nicht gleichzeitig für a und b günstig liegen. (In der Figur sind die Verhältnisse der Einfachheit halber in der Ebene dargestellt.) Das Ergebnis ist: Es kommt um jedes Molekül nur eine unmittelbar benachbarte Richtungsschale zustande, weiter draußen herrscht relativ zum Zentralmolekül keine bevorzugte Orientierung mehr. Dieses Verhalten steht in genauer Analogie zum Falle des Elektrolyten[1]).

Das eben entworfene Bild hat also für das innere Feld die Formulierung $\mathfrak{F} = \sum' \frac{\mu}{r_i^3} f_i(\vartheta, \varphi)$ zur Folge, und wir können jetzt sogar ohne jegliche Rechnung noch weitere Aussagen machen: Wir untersuchen nämlich die Abhängigkeit dieses Ausdrucks von μ und vom mittleren Abstand r_i. Denken wir uns erstens in einem solchen verkoppelten Dipolsystem plötzlich alle Dipolmomente verdoppelt, so werden die gegenseitigen Orientierungen sich nicht ändern, d. h. die $f_i(\vartheta, \varphi)$ sind unabhängig von μ; zwar wirkt das Zentralmolekül doppelt so stark ordnend, jedoch sind auch die desorientierenden Kräfte verzweifacht. Denken wir uns zweitens ein solches Dipolsystem ähnlich vergrößert, so ändert sich, aus demselben Grunde, nichts am Ordnungstypus, d. h. die $f_i(\vartheta, \varphi)$ sind auch unabhängig von den r_i. Berücksichtigen wir noch, daß $1/r_i^3$ mit der Anzahl n der Dipole pro ccm identisch ist, so

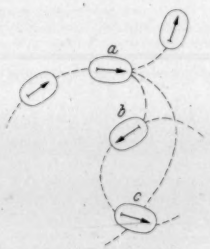


Fig. 5. Veranschaulichung des Ordnungstypus in einer polaren Flüssigkeit (für die Ebene gezeichnet).

schreibt sich $\mathfrak{F} = C n \mu$. Und die Konstante C enthält die Winkelfunktionen f_i und ist ein Maß für die „Güte der Ordnung". Es sei hinzugefügt, daß sie eine gewisse Ähnlichkeit mit den Madelungschen Zahlen besitzt, die ja bei der Berechnung der Bindungsenergien von Ionengittern eine Rolle spielen. Damit wäre die Form der Debyeschen Energie $E = \mu \mathfrak{F} = C n \mu^2$, die wir oben aus dem Experiment folgerten, bis zu

bei unendlicher Verdünnung und dem der reinen Flüssigkeit errechnen. Die c-Werte der Alkohole entsprechen durchaus dem sonst gefundenen $\left(\sim 1 \cdot \frac{4\pi}{3}\right)$. Der Äthyläther dagegen steht außerhalb dieser Betrachtung. Seine Molekularpolarisation ist konzentrationsunabhängig ($c = 0$).

1) Man vergleiche hierzu die Arbeiten von Debye und Menke (10), in denen z. B. am Quecksilber gezeigt wird, daß gewisse Abstände, die durch die Ausdehnung der einzelnen Atome oder Moleküle bedingt sind, besonders wahrscheinlich sind.

1) Daß eine gewisse Ordnung tatsächlich noch zustande kommt, kann man leicht durch Überschlagsrechnungen in speziellen Fällen zeigen. Eine allgemeinere Durchrechnung soll in einer späteren Arbeit versucht werden.

einem gewissen Grade begründet. Sie ist tatsächlich — bis auf einen Zahlenfaktor — identisch mit der bei van Arkel im Nenner auftretenden Zusatzenergie zu kT.

Es ist nunmehr verständlich, warum die Konstante c so wenig von der betrachteten Substanz abhängt, wenigstens soweit die oben erwähnte Bedingung der gleichmäßigen mittleren Raumverteilung der Dipole durch den Molekülbau[1]) gewährleistet ist (11). Ferner ändert sich E proportional mit der Dichte, wenn man letztere etwa durch den Druck variiert, wenigstens solange die angewendeten Drucke die Individualität des einzelnen Moleküls noch nicht antasten und sterische Behinderung durch die von der Kugelgestalt abweichende Molekülform noch nicht wesentlich werden (12). Die Tabellen II und III bestätigen beide Aussagen.

Tabelle II.

Es sind einige von van Arkel für verschiedene Substanzen berechnete c-Konstanten angegeben, die sich nur durch einen Zahlenfaktor von den C-Werten unterscheiden. Überhaupt sind die ganzen Betrachtungen von van Arkel und Snoek (11) sofort übertragbar. Insbesondere gilt das für die Verhältnisse bei einer Variation der Dichte.

Substanz	Dipolmoment	$c \cdot \frac{3}{4\pi}$ [2])
Nitromethan	3,10 D[3])	1,27
Nitrobenzol	3,95	1,34
Äthylnitrit	2,29	1,00
Amylnitrit	2,22	1,00
Fluorbenzol	1,39	1,17
Chlorbenzol	1,60	1,39
Brombenzol	1,58	1,50
Jodbenzol	1,28	2,60?
n-Butylchlorid	1,94	1,30
n-Butylbromid	2,0	1,38
n-Butyljodid	1,91	1,35
Allylchlorid	1,99	1,25
Äthylformiat	1,94	1,08
Äthylacetat	1,83	1,20
Äthylbenzoat	2,10	1,45
Chinolin	2,16	1,28

1) Man kann es dem Molekül im allgemeinen ansehen, ob es dieser Bedingung genügt. Neben der schon oben erwähnten Außenlage des Dipols bei der NH_2- und OH-Gruppe ist z. B. das Vorhandensein zweier starker, räumlich weit voneinander getrennt liegender und sich nicht kompensierender Partialmomente ungünstig: etwa o-Dichlorbenzol. Man vergleiche auch Fig. 9.

2) Bei Angabe der van Arkelschen Konstanten kann man entweder den Zahlenfaktor $\frac{4\pi}{3}$ mit in die Konstante hineinnehmen oder nicht. Diese Unterscheidung geht auch aus den van Arkelschen Arbeiten nicht immer deutlich hervor. Hier wurden die Werte einer Tabelle entnommen, in der $c \cdot \frac{3}{4\pi}$ nach unserem Sprachgebrauch tabelliert wurde. Das ist an sich unwesentlich. Man sieht jedenfalls — ebenso wie in der nächsten Tabelle —, daß die Werte weitgehend konstant sind.

3) 1 Debye-Einheit $= 10^{-18}$ e. s. E.

Tabelle III.

C als Funktion der Dichte, die durch den Druck verändert wird.

Substanz: Chlorbenzol.

	Druck	Dichte	DK.	C
30° C	1 Atm.	1,004	5,41	6,0
	500	1,038		6,2
	1000	1,065		6,2
	2000	1,105		6,3
	4000	1,152	6,33	6,4
75° C	1	0,960	4,90	6,0
	500	1,000		6,1
	1000	1,030		6,1
	2000	1,074		6,2
	4000	1,131		6,3
	6000	1,172		6,3
	8000	1,204	6,29	6,5

Gleiches gilt für Äthylbromid: die Variation der Refraktion mit der Dichte muß berücksichtigt werden. Werte entnommen von Danforth (12).

Wie aber wirkt eine Temperaturerhöhung auf das gekoppelte Dipolsystem? Experimentell ergibt sich folgendes (Kurve 6): Bis dicht an den kritischen Punkt heran bleibt die Güte des Ordnungszustandes ungeändert, um dann um so rascher auf den Wert Null abzusinken (Messungen von Eversheim (13), (14). Das heißt, der Debyesche Reduktionsfaktor ändert sich — in genügendem Abstand vom kritischen Punkt natürlich — nur entsprechend der thermischen Ausdehnung, die in der Energie E durch die Anzahl n der Dipole im ccm wiedergegeben ist [Identität mit v. Arkel!] (11).

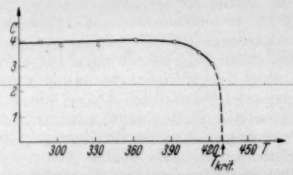


Fig. 6. „Die Gütezahl der Ordnung" C, aufgetragen als Funktion der absoluten Temperatur T (in ° Kelvin) bis zum kritischen Punkt für Schwefeldioxyd nach Messungen von Eversheim (14).

Diese Konstanz von C ist auch verständlich: Die Zahl c hängt wesentlich nur von der Lage benachbarter Dipole ab, es ist die mittlere Wirkung der ersten Molekülschale. Die im Bereiche dieser inneren Schale aufeinander wirkenden Felder sind aber sehr groß: einige Millionen

Volt/cm. Die Orientierungsverhältnisse entsprechen deshalb stets Sättigungswerten und sind demgemäß von der Temperatur kaum beeinflußbar. (Dies ist auch der Grund, warum im Debyeschen Reduktionsfaktor die Langevinfunktion eine Rolle spielt. Bei hohen Verdünnungen, wo die Dipole weit auseinander liegen, ist dagegen Temperaturabhängigkeit für C und E vorhanden.) Am kritischen Punkt aber geschieht anscheinend etwas, was dem Auftreten von Rotationen in Molekülgittern vergleichbar ist.

Bekanntlich gibt es eine große Anzahl Fälle, wo in festen Körpern Rotationen von Molekülen oder Atomgruppen auftreten. So rotieren z. B. die NH_4-Ionen oberhalb einer bestimmten Temperatur in Ammoniumsalzen (15). Im Chlorwasserstoffgitter können die ganzen HCl-Moleküle rotieren. Man hat dieses aus dem Verlauf der spezifischen Wärmen, der DK. und bis zu gewissem Grade auch aus Röntgendiagrammen geschlossen (16). In allen diesen Fällen ist charakteristisch, daß der Temperaturbereich, der den rotationslosen und den Rotationszustand trennt, sehr eng ist. Der Übergang ist verhältnismäßig scharf. Fowler (17) konnte in Ergänzung der von Pauling (18) gegebenen Theorie zeigen, daß man dieses Verhalten als eine Art lawinenartigen Zusammenbruch des inneren Feldes verstehen kann. Es ist eine Art Phasenumwandlung, ein partielles Schmelzen: Fängt irgendwo die Rotation an, dann werden auch in der Nachbarschaft die rotationshindernden inneren Felder geschwächt und die Rotation dieser Teile erleichtert usf.

Ganz ähnlich scheint das Verhalten der Flüssigkeit in bezug auf ihre Struktur am kritischen Punkt zu sein. Bis dicht unterhalb der kritischen Temperatur ist fast die volle Kopplung der Dipole untereinander wirksam, bis sie schließlich in einem sehr engen Temperaturintervall zusammenbricht.

Dies ganze Bild würde einen recht sonderbaren Zug des flüssigen Zustandes andeuten. Man versucht bekanntlich bisher, die Flüssigkeiten von zwei Seiten her zu begreifen: einmal als verdichtetes Gas, ein andermal als verwackelten Kristall (19). Dabei denkt man an einen stetigen Übergang von einem zum anderen Verhalten bei Durchwanderung der Temperaturskala vom Schmelzpunkt bis zum kritischen Punkt (oft auch nur bis zum Siedepunkt). Nach dem hier Vorgebrachten bleibt dagegen der kristallähnliche Zug in der Flüssigkeit bis fast zum kritischen Punkt erhalten. Erst dann „schmilzt" die Flüssigkeit auf zum verdichteten Gas. In gleicher Richtung dürften übrigens die van Arkelschen Siedepunktsbetrachtungen über die Dipolkohäsion weisen, wo auch die volle Kohäsionsenergie noch am Siedepunkt vorausgesetzt wird (20). Auch die Röntgenuntersuchungen Stewarts (21) über den cybotaktischen Zustand von Äthyläther deuten an, daß der Ordnungszustand innerhalb weniger Grade um den kritischen Punkt herum zusammenbricht.

Die bisher besprochene Ordnungsstruktur ist die der reinen polaren Flüssigkeit. Schon zu Anfang unserer Betrachtungen ergab sich, daß für Lösungen neuartige Gesichtspunkte hinzukommen müssen (Fig. 1 und 2). Für sehr hohe Konzentrationen werden die Verhältnisse zwar noch ähnlich wie in den bisher behandelten Fällen liegen, für geringe Konzentrationen aber müssen andere Gesetzmäßigkeiten auftreten.

Wir werden nunmehr das Augenmerk auf den zweiten Grenzfall, auf das Verhalten sehr verdünnter Lösungen richten. Wieder wollen wir uns auf den Standpunkt der Debyeschen Rotationsbehinderung stellen. Das nächste Ziel wird also die Aufstellung eines expliziten Ausdrucks für die Rotationskopplungsenergie E bei geringen Konzentrationen sein[1]).

Der Weg, den wir dabei verfolgen werden, ist für die Lösungen genau der gleiche wie für die reinen Flüssigkeiten: ausgehend von der Entwicklung der Debyeschen Funktion $R(E/kT)$ für große Werte E/kT in der Formel

$$P^{or} = P^{or}_{id} \cdot R(y)$$

ergab sich aus den Experimenten für E als Funktion von Dipolmoment, Konzentration und Temperatur ein Ausdruck $E = C n \mu^2$.

Entwickelt man $R(E/kT)$ für kleine Werte von E/kT, so ergibt sich die entsprechende Gleichung:

$$P^{or} = P^{or}_{id}\left|1 - \left(\frac{E}{3kT}\right)^2\right|, \qquad (6)$$

in der wiederum E als Funktion von Dipolmoment, Dipolkonzentration und Temperatur so bestimmt werden sollen, daß die experimentellen Befunde dargestellt werden. Der in diesem Falle für E gültige Ausdruck wird dann Anlaß

1) Bei sehr geringen Konzentrationen läßt sich die Gültigkeit der van Arkelschen Darstellungsweise nur sehr schwer prüfen. Immerhin ist sicher, daß die Konstante c bei hohen Verdünnungen nicht mehr unabhängig von der Temperatur und vom Lösungsmittel ist. Der Standpunkt der Debyeschen Rotationsbehinderung ist also für die weiteren Betrachtungen der naturgemäße, und das wesentliche Verdienst der van Arkelschen Formel war nur, daß sie einen Hinweis auf die Formulierung der Energie E für reine Flüssigkeiten geben konnte.

für eventuelle Folgerungen über die Struktur von verdünnten Lösungen sein.

Aus praktischen Gründen gehen wir bei der Diskussion besser von der aus (6) durch Differenzieren nach der Konzentration n gefolgerten Gleichung aus:

$$\frac{\partial P^{\infty}}{\partial n} = -\left(\frac{1}{3kT}\right)^2 \cdot P_{id}^{\infty} \cdot \frac{\partial E^2}{\partial n} \cdot \qquad (7)$$

$\frac{\partial P^{\infty}}{\partial n}$ ist in dem von uns betrachteten Grenzfall hoher Verdünnung die Grenztangente für $n = 0$ an die Kurve, die P^{∞} oder P_2 als Funktion der Konzentration n beschreibt[1]), und n ist die Zahl der Dipolmoleküle im ccm, sie läßt sich leicht durch Umrechnung aus dem Molenbruch f_2 finden:

$$n = N \cdot \frac{\varrho_{12}}{M_{12}} \cdot f_2 \cdot$$

ϱ_{12} = Dichte,
M_{12} = Molekulargewicht der Lösung,
N = Loschmidtsche Zahl.

Das Experiment muß uns also einen Ausdruck $\frac{\partial P}{\partial n} = f(n, \mu, T)$ lehren. Und ganz beiläufig erhalten wir damit auch ein praktisch wichtiges Ergebnis: eine verfeinerte Vorschrift für die Ausführung der für Dipolmomentmessungen so wesentlichen „Extrapolationen auf unendliche Verdünnung".

Beim Versuche, bekannte Ergebnisse von Polarisationsmessungen auszuwerten, stoßen wir jedoch auf eine Schwierigkeit: der Konzentrationsverlauf läßt sich für beliebig kleine Konzentrationen grundsätzlich nicht exakt experimentell feststellen. Das heißt, die Tangente $\frac{\partial P}{\partial n}$ für $n = 0$ ist demgemäß eigentlich nie zu erfassen.

Es handelt sich um eine Frage der Meßgenauigkeit. Eine eingehende Erörterung der Fehlergrenzen bei solchen Polarisationsmessungen für die gelöste Komponente hat nämlich gezeigt, daß bei gegebener Meßgenauigkeit für

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{\text{Lösung}} - \varepsilon_{\text{Lösungsmittel}}}{\varepsilon_{\text{Lösungsmittel}}}$$

der Fehler mit $1/f_2 \sim 1/n$ geht, also mit n gegen 0 unendlich groß wird (22). Die letzte Einmündung in $n = 0$ ist also für endliche relative Genauigkeiten in $\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}$ und $\frac{\Delta\varrho}{\varrho}$ nie faßbar. Die Schwierigkeit ist für den hier geforderten Zweck tatsächlich wesentlicher als für die übliche Fragestellung, P_2 für $n = 0$ bis auf einen möglichst geringen Fehler abzuschätzen. Fig. 7 verdeutlicht das Gesagte nochmals. Beispielsweise könnten alle Kurven horizontal wie c) einmünden. Dann wären alle $\frac{\partial P}{\partial n}$ für $n = 0$ ebenfalls Null. Die Werte $\frac{\partial P}{\partial n}$ scheinen also sehr unsicher, während die Polarisation P_2^{∞} sich unter diesen Umständen immer noch bis auf eine Höchstschwankung gemäß der geschweiften Klammer abschätzen läßt.

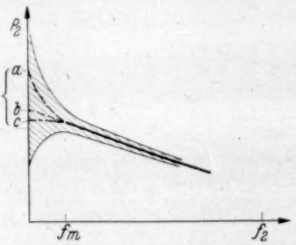


Fig. 7. Schematische Darstellung des ermittelten Verlaufes der Molekularpolarisation mit der Konzentration (f_2).
Ausgezogen: Experimentell gut begründete Kurvenstrecke. Gestrichelt: Verschiedene prinzipiell mögliche Fortsetzungen bis zur Konzentration 0 (Verlauf b am wahrscheinlichsten!). Schraffiert: Andeutung des Fehlertrichters, des Bereichs, in welchem P_2 entsprechend der Meßgenauigkeit schwanken darf – erhöhte Meßgenauigkeit verschiebt f_m zu kleineren Werten! (Eine Diskussion der quantitativen Auswirkung der Meßgenauigkeit findet sich bei F. H. Müller, Dissert. Phys. Zeitschr. **34**, 689, 1933.)

Tatsächlich liegen Messungen vor, bei denen die Relativgenauigkeit der DK.-Messung so hoch getrieben wurde (größer als $^1/_{100}$ pro Mille), daß die Linearität in n bis zu sehr geringen Konzentrationen erwiesen ist, und zwar handelt es sich dabei um Verdünnungen, bei denen man schon eine nahezu vollkommene Entkopplung der gelösten Moleküle annehmen darf. — Jedes Dipolmolekül ist durch mindestens 100 Lösungsmittelmoleküle in jeder Richtung von den benachbarten Dipolmolekülen getrennt. — Damit ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei noch kleineren Konzentrationen keine Richtungsänderung des Kurvenverlaufs mehr erfolgt, sehr groß. Wir nehmen also an, $\frac{\partial P}{\partial n}$ hängt nicht mehr von n ab, P_2 ist eine lineare Funktion der Konzentration (Regel I). Diese Annahme ist mit dem Experiment, soweit es sich aus den Kurven ablesen

[1]) Es gilt $\frac{\partial P^{\infty}}{\partial n} = \frac{\partial P_2}{\partial n}$, da sich die Gesamtpolarisation P_2 von P^{∞} nur durch die additive Größe R_2 unterscheidet.

läßt, in guter Übereinstimmung. Fig. 8 stellt einige entsprechende Meßbeispiele dar: Fälle, die besonders genau ausgemessen wurden, wie Chlorbenzol und Nitrobenzol[1]).

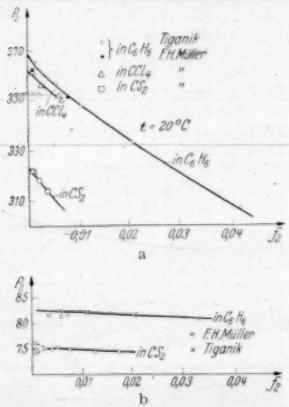


Fig. 8a und b. Experimentelle Werte für die Molekularpolarisationen P_2 der gelösten Substanz, aufgetragen gegen den Molenbruch f_2. Messungen von Tiganik (24) und F.H.Müller (22): a) Nitrobenzol, b) Chlorbenzol. — Die Zeichnungen verdeutlichen, daß man den linearen Verlauf bis zu außerordentlich kleinen Konzentrationen bestätigt hat.

Die nächste Frage ist die nach der Abhängigkeit der Größe $\frac{\partial P}{\partial n}$ vom Dipolmoment der Substanz. Zu diesem Zwecke wurde eine große Anzahl Messungen ausgewertet. Es dienten hierzu die sehr sorgfältigen Resultate von Tiganik (24). Aber auch die Auswertung der Ergebnisse anderer Autoren zeigte dasselbe. In Fig. 9 sind die erhaltenen Zahlen $\frac{\partial P}{\partial n}$ bei kleinen f_2 gegen das Dipolmoment μ aufgetragen.

Die Meßpunkte liegen ziemlich gut auf einer Kurve vierten Grades in μ. Und Werte, die merklich herausfallen, gehören zu Substanzen, von denen man ein solches Verhalten von vornherein erwarten sollte. (NH_2-Gruppen mit quergestelltem Dipolmoment im Molekül! Man vgl. Anm. S. 503[1]).)

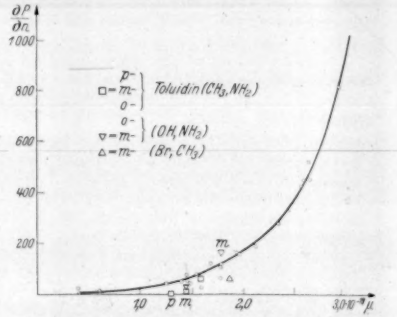


Fig. 9a. Anfang der Kurve, vergrößert herausgezeichnet.

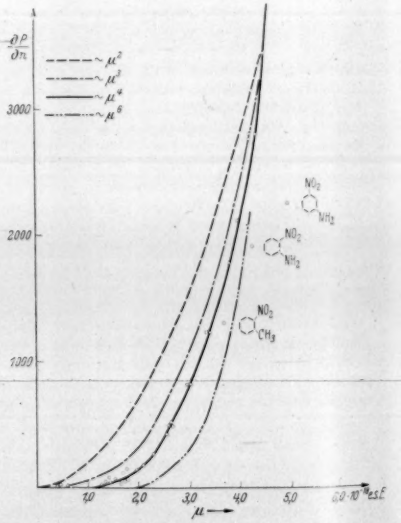


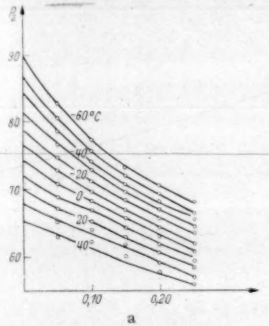
Fig. 9b. Werte $\frac{\partial P}{\partial n}\left(\frac{\Delta P}{\Delta n}\right)$ aufgetragen gegen die Dipolmomente. — Messungen entnommen von Tiganik (24) an etwa 30 Substanzen.

1) Eine von G. Rösseler (23) ausgeübte Kritik an der Genauigkeit meiner Messungen besteht wohl nicht zu recht, wie sich aus den in Fig. 8 eingetragenen Meßpunkten ergibt.

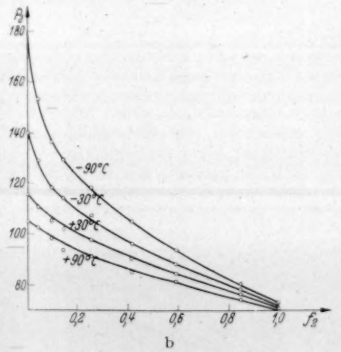
Außerdem können wir aber diese Frage noch bis zu einem gewissen Grade umgehen dadurch, daß wir für die weiteren Betrachtungen die Tangentenwerte $\frac{\partial P}{\partial n} \cong \frac{P_2^{\mathrm{I}} - P_2^{\mathrm{II}}}{n^{\mathrm{I}} - n^{\mathrm{II}}}$ für gewisse endliche Konzentrationen I und II verwenden, z. B. für Werte n, die einem Molenbruch von ~ 1 Proz. entsprechen.

1) Die Tiganikschen Messungen (24) beziehen sich allerdings nur auf Benzolderivate, doch ließ sich die μ-Funktion auch an anderen Messungen [z. B. von Smyth usw. (25)], die an aliphatischen und aromatischen Stoffen statthatten, zeigen.

So gilt also zweitens die Regel, daß die Anfangsneigung der Polarisationskurve mit der vierten Potenz des Dipolmomentes wächst (Regel II).



a



b

Fig. 10a und b. Darstellung für die Temperaturvariation der Tangenten $\frac{dP_2}{df_2} \sim \frac{dP_2}{dn}$ für kleine Konzentrationen.

Gezeigt an: a) Methylchlorid in Tetrachlorkohlenstoff; Morgan, Lowry (26).
b) Butylbromid in Heptan; Smyth, Rogers (25).

Als letzter Punkt interessiert die Abhängigkeit der Größe von der Temperatur. Fig. 10 zeigt einige typische Fälle. Trägt man die graphisch ermittelten $\frac{\partial P_2}{\partial n}$-Werte für $n = 0$ gegen T auf[1]), so folgt, daß man die Variation von $\frac{\partial P_2}{\partial n}$ durch die vierte Potenz in $1/T$ am besten darstellen kann (Regel III). Die in Fig. 11a eingezeichneten Meßpunkte (o) wurden auf folgende Weise gewonnen: Zunächst zeichne man sich die experimentellen Werte

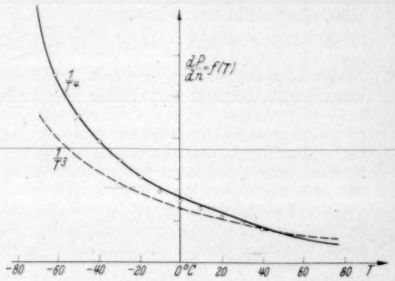


Fig. 11a. Werte von $\frac{\partial P}{\partial n}$ für $n = 0$ — nach der in Fig. 11b gezeigten Methode für Beispiel 10a bei verschiedenen Temperaturen ermittelt — aufgetragen gegen T. Zum Vergleich sind die Kurven $\frac{\text{const}}{T^3}$ und $\frac{\text{const}}{T^4}$ eingezeichnet.

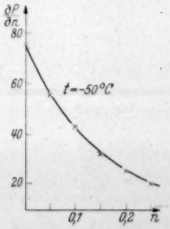


Fig. 11b. Werte $\frac{\partial P}{\partial n}$, die aus einem Diagramm $P_2 \to n$ graphisch ermittelt wurden, aufgetragen als Funktion von n. o ist der für $n = 0$ extrapolierte Wert, der in der Fig. 11a eingetragen wird.

P_2 als Funktion der Dipolkonzentration n auf. Aus dieser Figur (Fig. 10) ermittele man graphisch die Tangenten $\frac{\partial P}{\partial n}$ für verschiedene n oder f_2. Diese Werte trage man gegen n auf und extrapoliere auf $n = 0$ (Fig. 11b). Die so für die verschiedenen Temperaturen gewonnenen Werte $\frac{\partial P}{\partial n}$ sind in Fig. 11a eingezeichnet, und zwar ist der Wert $\frac{\partial P}{\partial n}$ für 300° $K = 1$ gesetzt worden. Es ist erstaunlich, daß man trotz des großen zu sichtenden Materials kaum ausreichend genaue

[1]) Es gilt nahezu $\frac{\partial P}{\partial n} \sim \frac{\partial P}{\partial f_2}$.

Messungen für den hier benötigten Zweck in der Literatur findet. Insbesondere streuen die Meßpunkte für höhere Temperaturen sehr, und für tiefe Temperaturen sind die Messungen meist nicht bis zu ausreichend geringen Konzentrationen ausgedehnt worden.

So folgt also experimentell, daß $\frac{\partial P_2}{\partial n}$ für kleine Konzentrationen proportional μ^4/T^4 und unabhängig von n sein muß. Diese Regel hat erstens praktischen Wert, da sie bei Dipolmomentmessungen in Lösungen einen Anhalt für richtige Extrapolationen auf unendliche Verdünnung gibt. Allerdings muß man beachten, daß diese Regel eben nur für Stoffe mit typisch „van Arkelscher" Assoziation, wie sie eingangs definiert wurde, Gültigkeit hat. Sie ist also nur begrenzt brauchbar. Jedoch läßt sich aus der chemischen Konstitution in Analogie zu bekanntem Material stets schließen, ob man es mit einer solchen Substanz zu tun hat oder nicht.

Weiter ergeben diese experimentellen Erkenntnisse $\left(\frac{\partial P_2}{\partial n} \sim \mu^4/T^4\right)$ eine Formulierung für E. Die Integration der Differentialgleichung

$$\frac{\partial P_2}{\partial n} = b \cdot \frac{\mu^4}{k^4 T^4} \tag{8}$$

liefert

$$P_2 = \text{const} + b \cdot n \cdot \frac{\mu^4}{k^4 T^4}$$

oder in anderer Darstellung

$$P_2 = R_2 + a\,\frac{\mu^2}{kT} + b \cdot n\,\frac{\mu^4}{k^4 T^4}.$$

Schreibt man diese Gleichung als

$$P_2^{\text{or}} = P_2 - R_2 = \frac{4\pi}{3} N\,\frac{\mu^2}{3kT}\left(a' + \frac{b'}{k^2T^2}\cdot\frac{n\mu^2}{kT}\right), \tag{8'}$$

so ergibt sich beim Vergleich mit der Debyeschen Formel

$$P^{\text{or}} = \frac{4\pi}{3} N \cdot \frac{\mu^2}{3kT}\left(1 - \frac{1}{9}\,\frac{E^2}{k^2T^2}\right), \tag{6}$$

daß für Lösungen der Reduktionsfaktor

$$R = a' + \frac{b'}{k^2T^2}\,\frac{n\mu^2}{kT} = 1 - \left(\frac{1}{9}\,\frac{E_0^2}{k^2T^2} + \frac{n\mu^2}{kT}\cdot\frac{\beta}{9k^2T^2}\right) \tag{9}$$

wird. Hierbei bezieht sich E_0 auf den alleinigen Einfluß des Lösungsmittels bei $n = 0$; das letzte Glied beschreibt den Einfluß der Dipole auf die Polarisationsabnahme. Man kann die Sachlage auch so ausdrücken, daß in einer Lösung der Konzentration n die Rotationskopplungsenergie aus der für unendlich verdünnte Lösung gültigen gemäß der Formel

$$E = E_0 + \frac{n\mu^2}{3kT}\cdot\frac{3\beta}{2} \tag{10}$$

berechnet werden kann. Und β ist dabei eine Konstante, die mit dem experimentellen Faktor b durch die Beziehung $\beta = \frac{81}{4\pi N}\cdot b$ zusammenhängt.

Die Formulierung (10) für die Rotationskopplungsenergie E in einer verdünnten Lösung zeigt, daß die theoretische Klärung des Polarisationsverlaufs bei geringen Konzentrationen nur unter gleichzeitiger Einbeziehung des Lösungsmitteleinflusses zu erwarten ist (27). [Man vergleiche auch: Guggenheim (28)].

Experimentell ist bekannt, daß E mit steigender DK. des Lösungsmittels wächst, und diese Vergrößerung wirkt sich quantitativ fast ebenso aus wie diejenige, die man bei ein und demselben Lösungsmittel durch Erhöhung der Dipolkonzentration erhält. In Fig. 12 ist die Sachlage nochmals verdeutlicht. Es wurde dabei einmal die Polarisationsabnahme bei steigender Lösungsmittel-DK., andererseits aber die Polarisationsabnahme in jeweils einem bestimmten Lösungsmittel bei steigenden Konzentrationen eingetragen. Die verschieden konzentrierten Lösungen sind gemäß ihrer DK. ε_{12} eingeordnet.

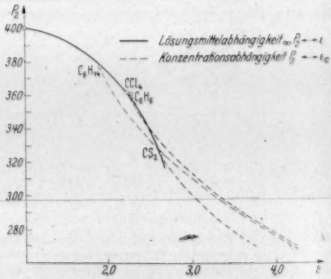


Fig. 12. Polarisationswerte P_2 für Nitrobenzol als Funktion der Lösungsmittel-DK. ε oder der DK. ε_{12} der Lösungen in Hexan, Tetrachlorkohlenstoff, Benzol und Schwefelkohlenstoff.

Es scheint also, als ob die Rotationskopplung in erster Näherung nur von der DK. der dielektrischen Umgebung abhängt,

gleichgültig, ob diese durch reines Lösungsmittel wie im Falle unendlicher Verdünnungen verursacht ist, oder durch die in der Nachbarschaft verteilten Dipole wie bei Lösungen [1]).

Die Größe β in Formel (10) hat die Dimension einer Energie, ist jedoch nicht mehr von μ, n, T abhängig. Der Faktor $\frac{n\mu^2}{3kT}$ dagegen ist dimensionslos. Er bedeutet den Anteil der Volumsuszeptibilität, der durch die Anwesenheit der gelösten Dipole erzeugt wird. Man könnte ihn auch durch

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}-\frac{r^2-1}{r^2+2} \qquad (11)$$

(r = Brechungsindex) darstellen. Diese Schreibweise führt zu einem sonderbaren Zusammenhang mit einer von Sugden (29) gegebenen Formulierung des Polarisationsverlaufs. Man erhält mit ${}_{\mathrm{or}}P_2 = R \cdot {}_{\mathrm{or}}P_2^{id}$ unter Berücksichtigung von (10) und (11)

$${}_{\mathrm{or}}P_2 = {}_{\mathrm{or}}P_2^{id}\left(1-\frac{E}{9k^2T^2}\right)$$

oder

$${}_{\mathrm{or}}P_2 = {}_{\mathrm{or}}P_2^{id}+{}_{\mathrm{or}}P_2^{id}\left|\frac{E_0^2}{9k^2T^2}+\frac{E_0}{9k^2T^2}\cdot\beta\left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}-\frac{r^2-1}{r^2+2}\right)\right|.$$

Die Gesamtpolarisation ist dann:

$$P_2 = {}_{\mathrm{gas}}P_2+\alpha+{}_{\mathrm{or}}P_2^{id}\cdot\frac{E_0\beta}{9k^2T^2}\cdot\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}$$

oder passend abgekürzt

$$P_2 = {}_{\mathrm{gas}}P_2+\alpha+\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\cdot{}_{\mathrm{or}}P^{id}\cdot\mathrm{const.}$$

Das ist aber genau die von Sugden vorgeschlagene Formel, die einer Darstellung von P_2 als lineare Funktion in $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}$ entspricht. Als Sugden diese Formel veröffentlichte, mußte er

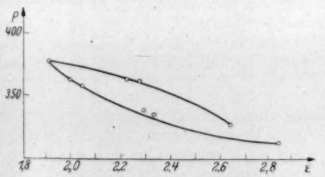


Fig. 13. Polarisationswerte P_2 für Nitrobenzol in Abhängigkeit von der DK.:
Obere Kurve: DK.-Änderung durch Lösungsmittelvariation (C_6H_{14}, CCl_4, C_6H_6, CS_2) (32).
Untere Kurve: DK.-Änderung durch Änderung der Konzentration der Lösung ($C_6H_5NO_6$ in C_2H_{14}) (32, 33).

die „kleine" Korrektion α hinzufügen. Den Wert von const setzte er gleich 1. Versuche, mit dieser Formel Messungen auszuwerten, führten zu Abweichungen gegenüber der normalen Methode, auch gegenüber Gasmessungen (30). Das ist jetzt verständlich, da const eben nur ungefähr gleich 1 ist und α unter Umständen größere Werte annehmen kann. Man vergleiche dazu das in Fig. 14

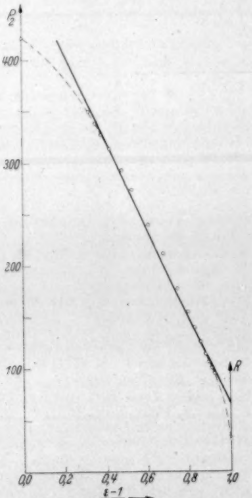


Fig. 14. P_2-Messungen von N. Pal (5) an Nitrobenzol in Tetrachlorkohlenstoff, aufgetragen $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}$ (Sugdendiagramm!). × Wert der Refraktion.

dargestellte Sugdendiagramm. Der dort auftretende gekrümmte Kurventypus wurde auch in neueren Messungen von Jenkins und

[1]) Ganz streng ist das eben Gesagte nicht gültig. Schon Fig. 12, deutlicher aber Fig. 13 lassen erkennen, daß im Falle der Konzentrationsabhängigkeit ein etwas steilerer Abfall eintritt als bei bloßer Variation der Lösungsmittel-DK.

Sutton (31) bestätigt, so daß also die Sugdendarstellung tatsächlich nur näherungsweise gilt.

Die vorliegenden Betrachtungen über die Molekularpolarisation bei reinen Flüssigkeiten und Lösungen sollen einen Beitrag zur Erfassung der Ordnungsstruktur in Flüssigkeiten bilden. Das nächste Ziel wird sein, die Konstanten C und β, die in den Rotationskopplungsenergien für reine Dipolstoffe und verdünnte Lösungen eine Rolle spielen, rechnerisch aus den bekannten Wechselwirkungskräften zwischen Flüssigkeitsmolekülen zu ermitteln.

Herrn Professor Dr. Dr. h.c. P. Debye danke ich herzlichst für wertvolle Diskussionen.

Literaturverzeichnis.

1) P. Debye, Physik. Zeitschr. **36**, 100, 1935.
2) P. Debye, Physik. Zeitschr. **36**, 193, 1935.
3) A. E. van Arkel und J. L. Snoek, Physik. Zeitschr. **33**, 662, 1932 und **35**, 187, 1934.
4) Zernike und Ornstein, Verslagen Kon. Akad. **27**, 1, 1918.
5) N. N. Pal, Phil. Mag. (VII) **10**, 265, 1930.
6) Man vergleiche z. B. Falkenhagen, Elektrolyte.
7) Man vergleiche hierzu die Arbeiten von R. Fuoß, J. Am. Chem. Soc. und Chem. Phys. 1934/35.
8) H. A. Stuart, Physik. Zeitschr. **35**, 990, 1934.
9) K. L. Wolf und O. Fuchs, Hand- und Jahrbuch der chem. Physik, Bd. 6, I B, S. 425, 1935.
9a) F. H. Müller und P. Mortier, Physik. Zeitschrift **36**, 371, 1935.
10) P. Debye und H. Menke, Ergebnisse der techn. Röntgenkunde II, 1, 1931; siehe auch H. Menke, Physik. Zeitschr. **33**, 591, 1932.
11) A. E. van Arkel und J. L. Snoek, l. c. und Far. Trans. **30**, 707, 1934.
12) W. E. Danforth jr., Phys. Rev. **38**, 1224, 1931.
13) H. R. Stuart und H. Volkmann, Zeitschr. f. Phys. **83**, 461, 1933.
14) P. Eversheim, Ann. d. Phys. **8**, 589, 1902.
15) Simon und Ruhemann, Zeitschr. f. phys. Chem. (B) **15**, 389, 1932; Giauque und Wiebe, J. Am. Chem. Soc. **50**, 101, 1928.
16) C. P. Smyth und C. S. Hitchcock, J. Am. Chem. Soc. **55**, 1830, 1933.
17) R. H. Fowler, Proc. Roy. Soc. (A) **149**, 1, 1935.
18) L. Pauling, Phys. Rev. **36**, 430, 1930.
19) Man vergleiche den Bericht über Flüssigkeiten: K. Herrmann, Phys. in regelmäß. Berichten **4**, 63, 1936.
20) A. E. van Arkel, Far. Trans. **30**, 698, 1934 (daselbst weitere Literatur).
21) Stewart, Far. Trans. **29**, 985, 1933.
22) F. H. Müller, Physik. Zeitschr. **34**, 689, 1933.
23) G. Rösseler, Zeitschr. f. Phys. **103**, 191, 1936.
24) L. Tiganik, Zeitschr. f. phys. Chem. (B) **13**, 425, 1931 und (B) **14**, 135, 1931.
25) C. P. Smyth, S. O. Morgan und J. C. Boyce, J. Am. Chem. Soc. **50**, 1536 und 1547, 1928; C. P. Smyth und H. E. Rogers, J. Am. Chem. Soc. **52**, 2227, 1930.
26) S. O. Morgan und H. H. Lowry, J. Phys. Chem. **34**, 2384, 1930.
27) K. Higasi, Sc. Pap. I. P. C. R. **24**, 57, 1934; **28**, 284, 1936; F. C. Franck, Proc. Roy. Soc. (A) **152**, 171, 1935; F. H. Müller, Physik. Zeitschr. **38**, 283, 1937.
28) E. A. Guggenheim, Nature **135**, 1936 (14. März).
29) S. Sugden, Nature **133**, 415, 1934 und Far. Trans. **30**, 720, 1934.
30) Zum Beispiel Jagielski und J. Wesolowski, Bull. Acad. Polonaise (A), 260, 1935.
31) H. O. Jenkins und L. E. Sutton, Journ. Chem. Soc., S. 609, 1935.
32) F. H. Müller, l. c.
33) A. Piekara, Extr. Bull. Acad. Polonaise (A), 306, 1933.

Berlin-Charlottenburg, Februar 1937.

(Eingegangen 27. Februar 1937.)

Visueller Nachweis der Umwandlungen der kondensierten Schwefelwasserstoffe H_2S und D_2S.

(Gleichzeitig eine Bemerkung zu einer Arbeit von E. Justi und H. Nitka.)

Von August Kruis und Klaus Clusius.

Kalorimetrische und dielektrische Untersuchungen zeigten, daß fester Schwefelwasserstoff in drei Modifikationen existiert (siehe Fig. 1), deren strukturelle Beziehungen untereinander für eine Deutung der Natur der Modifikationsübergänge von großem Interesse sind. Vor kurzem erschien nun in dieser Zeitschrift eine Arbeit von Justi und Nitka, in der eine röntgenographische Untersuchung dieser Umwandlungen beschrieben wurde[1]). Danach sollen die drei festen Phasen des H_2S übereinstimmend ein kubisch flächenzentriertes Gitter besitzen. Dieses Ergebnis und die daraus von den Autoren gezogenen Schlüsse erschienen uns aus verschiedenen Gründen äußerst unwahrscheinlich.

Vor allem war infolge des gewinkelten Baues des Schwefelwasserstoffmoleküls zu erwarten, daß die bei tiefen Temperaturen stabile Modifikation eher ein anisotropes als ein isotropes Gitter besitzt. Denn fester Schwefelwasserstoff bildet ein Molekülgitter und die individuellen Moleküleigenschaften werden um so deutlicher hervortreten, je tiefer die Temperatur ist. Dies mußte um so eher gelten, als das H_2S-Gitter in einem energetisch definierten Zustand auch bei tiefsten Temperaturen vorliegt, wie unlängst von

1) E. Justi und H. Nitka, Physik. Zeitschr. **37**, 435, 1936. Siehe auch L. Vegard, Zeitschr. f. Krist. **77**, 23, 1931; G. Natta, Rend. R. Accad. Lincei **11**, 688, 1930.

Clusius und Frank[1]), sowie von Giauque und Blue[2]) bewiesen wurde.

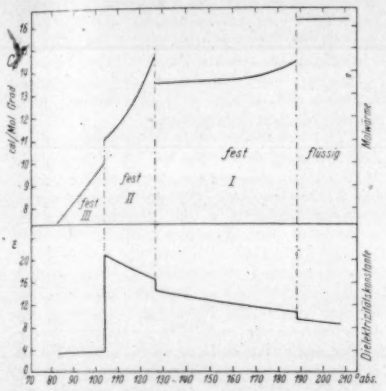


Fig. 1. Umwandlungen des kondensierten Schwefelwasserstoffs. 1. Oben: Verlauf der Molwärme nach Clusius-Frank und Giauque-Blue. 2. Unten: Temperaturabhängigkeit der DK. nach Smyth und Hitchcock.

Die Umwandlungen ließen sich ihrem Charakter nach durch das Auftreten gehemmter Drehbarkeit der Moleküle im Gitter widerspruchsfrei erklären. Dabei wurde schon früher die Behauptung aufgestellt, daß mit dem Einsetzen der Rotation der Übergang eines Gitters niederer Symmetrie in ein solches höherer Symmetrie zwangsläufig erfolgen und mindestens einer der beiden Umwandlungspunkte ein Phasenübergang erster Art sein müsse[3]).

Im folgenden werden wir mit Hilfe eines einfachen Versuches mit polarisiertem Licht darlegen, daß Schwefelwasserstoff in der Tat dieses Verhalten zeigt und daß die von Justi und Nitka behauptete Gittergleichheit für die drei Modifikationen nicht haltbar ist, wenn man nicht einen neuen, der kristallographischen Optik unbekannten Effekt annehmen will.

Versuchsanordnung.

Die verwendete Anordnung sei an Hand der Fig. 2 beschrieben. K ist eine Küvette aus zwei planen Quarzglasscheiben, die in einem Abstand von etwa 0,15 mm miteinander verschmolzen sind[1]). In ihr befindet sich die eine Lötstelle eines Kupfer-Konstantan-Thermoelementes. Die andere Lötstelle wurde in einem Bad von siedendem Propan konstant auf $-44°$ gehalten. Die Thermokraft konnte mit einer $\pm 0{,}3°$ entsprechenden Genauigkeit an einem Siemensschen Lichtmarkengalvanometer direkt abgelesen werden.

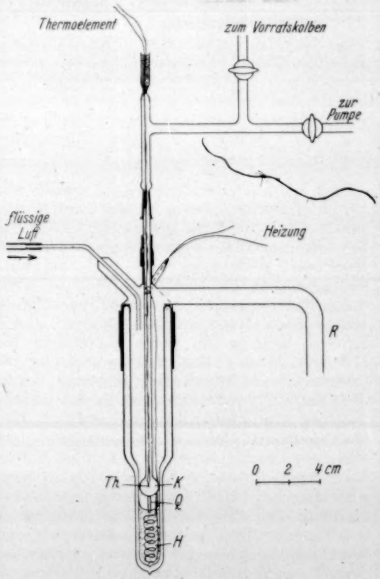


Fig. 2. Versuchsanordnung zur Beobachtung fester Gase mit dem Polarisationsmikroskop.

Die Küvette läuft an ihrem unteren Ende in einen Quarzstift Q aus, der als Wärmeüberträger dient. Die Kühlflüssigkeit, filtrierter flüssiger Sauerstoff, wird von dem unversilberten Dewargefäß D aufgenommen. Die eingezogene Form des Dewargefäßes ist notwendig, um das Objektiv des Polarisationsmikroskopes der Küvette genügend nähern zu können. Der untere Teil des Vakuumgefäßes ist aus nur 0,1 mm dickem Glas verfertigt, damit die starke Krümmung die optische Abbildung möglichst wenig stört[2]). Das

1) K. Clusius und A. Frank, Naturwiss. **24**, 62, 1936; Zeitschr. f. phys. Chem. (B) **34**, 420, 1936.
2) W. F. Giauque und R. W. Blue, J. Amer. chem. Soc. **58**, 831, 1936.
3) K. Clusius, Nachr. d. Gesellsch. der Wiss. Göttingen, Math.-Physik. Kl. III, S. 171, 1933; Zeitschr. f. Elektrochem. **39**, 598, 1933.

1) Eine ähnliche Anordnung benutzte bereits W. Wahl, Zeitschr. f. phys. Chem. **84**, 101, 1913.
2) Herrn Glasbläsermeister Kühn in Göttingen sind wir für die Herstellung eines einwandfrei brauchbaren Dewargefäßes zu Dank verpflichtet.

Dewargefäß wird von einer mit einem Gummischlauch angedichteten Messingkappe verschlossen, an deren seitlichem Abzugsrohr R die gesamte Anordnung gehalten werden kann. Eine Heizspule H ermöglicht ein rascheres Sieden der flüssigen Luft und gestattet bei variierter Stärke der Heizung eine verschieden intensive Kühlung der Küvette durch die abziehenden kalten Dämpfe. Um ein Beschlagen des äußeren Dewarmantels mit Feuchtigkeit zu verhindern, wird er dauernd von einem warmen Luftstrom aus einem Föhn umspült. Das Dewargefäß ist so zwischen Polarisator und Analysator eines etwa 30fach vergrößernden Polarisationsmikroskopes aufgestellt, daß die Lötstelle des Thermoelementes in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint.

Ergebnisse.

Ein Versuch wickelt sich folgendermaßen ab: Durch Einspritzen von Kühlflüssigkeit in das Dewar wird das Schwefelwasserstoffgas in die Küvette so weit einkondensiert, daß das Kondensat noch etwa 1 cm hoch das Einleitungsrohr anfüllt. Dadurch wird die von oben durch das Thermoelement einfließende Wärme abgefangen und von dem beobachteten Teil der Küvette ferngehalten. Durch Einschalten des Heizstromes wird die Küvette durch die gebildeten kalten Dämpfe weiter abgekühlt, so daß der flüssige H_2S von unten her zu einem scheibenförmigen isotropen Einkristall erstarrt. Das Durchwandern der Grenzlinie flüssig—fest (flüssig → Phase I) ist im Mikroskop sehr gut zu erkennen. Bei stärkerer Kühlung wandert dann eine zarte helle Linie durch die Kristallscheibe hindurch, die als Beckesche Linie[1]) aufzufassen ist. Mit ihrer Hilfe konnten wir feststellen, daß der Brechungsindex und damit die Dichte bei dem Übergang I → II zunehmen. Das Gesichtsfeld ist auf beiden Seiten der Beckeschen Linie bei gekreuzten Nikols gleichmäßig dunkel. Bis hierher zeigt also der Kristall ein Verhalten, das nicht im Widerspruch mit dem Befund von Justi und Nitka steht.

Kühlt man aber durch Einfüllen von mehr flüssiger Luft noch weiter ab, so beobachtet man das Durchwandern einer weiteren Phasengrenze unter gleichzeitiger spontaner Aufhellung des verdunkelten Gesichtsfeldes. Das Auftreten von Interferenzfarben weist auf die Bildung einer anisotropen Phase hin (Übergang II → III). Bei weiterem Abkühlen ändert sich das Aussehen nicht mehr. Die Kristallscheibe zerspringt bei der Abkühlung und besonders bei der letzten Umwandlung in kleinere Kristalle, die sich infolge der Kontraktion meist von der Küvettenwandung ablösen. Nach Stärke, Art und Plötzlichkeit des Auftretens der Doppelbrechung ist es ausgeschlossen, daß sie durch Spannungen hervorgerufen wird. Es handelt sich vielmehr in Übereinstimmung mit der oben entwickelten Vorstellung um eine typische Phasenänderung erster Art und die Bildung eines Gitters niederer Symmetrie.

Beim Erwärmen kehrt sich die Reihenfolge der Erscheinungen um. Die doppelbrechende Modifikation geht wieder in die isotrope über. Die Beckesche Linie läßt sich allerdings nur an größeren Kristallplättchen deutlich erkennen, so daß sie beim Erwärmen infolge der Zerstörung der Kristalle durch eine vorherige zu tiefe Abkühlung manchmal der Beobachtung entgehen kann. Sie konnte jedoch auch beim Erwärmen mehrfach festgestellt werden. Mit Sicherheit ist sie immer beim langsamen Abkühlen des Einkristalls zu sehen. Unterhalb des Schmelzpunktes setzt beim Erwärmen eine lebhafte Rekristallisation ein, zumal der Dampfdruck des Schwefelwasserstoffs dann schon beträchtlich ist.

Die Aufeinanderfolge der drei verschiedenen Phasengrenzlinien schließt eigentlich eine andere Zuordnung als die besprochene schon aus. Um aber ganz sicher zu gehen, wurden die optisch ermittelten Umwandlungspunkte mit dem Thermoelement an die kalorimetrisch festgelegten Umwandlungstemperaturen angeschlossen. Der Ausschlag des Galvanometers wurde deshalb von dem einen Beobachter abgelesen, wenn der andere die Phasengrenzlinien gerade die Mitte der Lötstelle überschreiten sah. Infolge der Wärmezufuhr durch das Thermoelement wanderten in der Nähe der Lötstelle die Phasengrenzen in keilförmiger Gestalt durch das Gesichtsfeld. Dieser Umstand kann aber einen fälschenden Einfluß auf die Zuordnung von Umwandlungstemperatur und optischer Erscheinung nicht haben. Durch mehrfaches Erwärmen und Abkühlen konnten die Erscheinungen und zugehörigen Ausschläge gut reproduziert werden.

Einige der beobachteten Ausschläge sind in der Tabelle zusammengestellt und beweisen, wie Fig. 3 zeigt, daß die durchgeführte Zuordnung und Abgrenzung der Existenzbereiche der einzelnen Modifikationen die einzig mögliche ist. In der Tabelle sind auch Versuche mit schwerem Schwefelwasserstoff aufgenommen, der sich ganz entsprechend wie leichter verhält. Es sei aber ausdrücklich auf die relativ starke Verschiebung der D_2S-Umwandlungspunkte gegen die des H_2S und auf den verhältnismäßig geringfügigen Unterschied bei den Schmelzpunkten dieser Gase aufmerksam gemacht. Auf

1) Vgl. Lehrbücher der Mineralogie und physikalischen Optik.

Die Umwandlungen von kondensiertem H_2S und D_2S nach optischen Beobachtungen.

	Endwert in flüssigem Sauerstoff 89° abs.	Übergang von der anisotropen zur isotropen Phase Umwandlung III ⇄ II	Durchgehen der „Beckeschen Linie" Umwandlung II ⇄ I	Schmelzpunkt Phase I ⇄ flüssig	Beobachtet während
H_2S Galvanometerskalenteile	42,0	39,3	33,5	15,4	Erwärmung
	42,5	38,7	33,4	16,0	Erwärmung
	—	39,3	—	15,8	Erwärmung
	41,8	38,8	—	15,2	Erwärmung
	—	—	33,0	—	Abkühlung
Mittelwert	42,1	39,0	33,3	15,6	
Umwandlungstemperaturen $T°$ abs. kalorimetrisch nach Clusius und Frank[1]		103,5₇°	126,2₄°	187,6₀°	
D_2S Galvanometerskalenteile	42,0	38,2	31,5	16,0	Erwärmung
	—	—	31,0–31,5	15,8	Abkühlung
	42,4	37,0	—	15,9	Erwärmung
	—	—	31,0–31,6	—	Wiederholte Abkühlung
Mittelwert	42,2	37,6	31,3	15,8	
Umwandlungstemperaturen $T°$ abs. kalorimetrisch nach Kruis[2]		107,8₂°	132,8₅°	187,1₃°	

1) K. Clusius und A. Frank, Zeitschr. phys. Chem. (B) **34**, 420, 1936.
2) A. Kruis und K. Clusius, erscheint demnächst.

dieses für isotope Verbindungen charakteristische und theoretisch bedeutsame Verhalten werden wir in einer anderen Arbeit demnächst zurückkommen[1]).

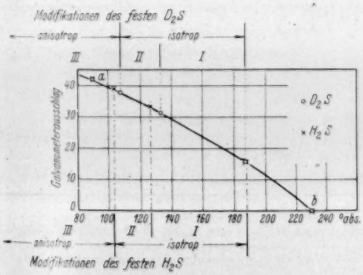


Fig. 3. Zusammengehörigkeit von Umwandlungstemperaturen und optisch beobachteten Erscheinungen. *a* Eichpunkt mit flüssigem Sauerstoff, *b* Eichpunkt mit siedendem Propan.

Diskussion.

Inzwischen wollen wir unsere Vorstellung von der Natur der Schwefelwasserstoffphasen folgendermaßen zusammenfassen. Bei tiefen Temperaturen existiert eine Phase III, die sich optisch anisotrop verhält und ein Gitter mit niederer Symmetrie besitzen muß. Phase III geht durch eine Umwandlung erster Art bei 103,5₇° abs. in Phase II über, die sich optisch isotrop verhält. In Übereinstimmung mit dieser Tatsache steht der relativ hohe Energiebedarf dieser Umwandlung (362,1 cal bei H_2S), der teils als Änderung der potentiellen Gitterenergie, teils als Aktivierungswärme für die gehemmte Drehbarkeit des Schwefelwasserstoffmoleküls zum Überschreiten der Potentialschwelle zu deuten ist. Vermutlich ist Phase III dichter als Phase II. Daß bei der Umwandlung III → II eine gehemmte Rotation der Moleküle möglich wird, kann man vor allem aus der starken Zunahme der Dielektrizitätskonstante folgern (s. Fig. 1)[1]). Offenbar tauen aber nicht alle drei denkbaren Rotationsfreiheitsgrade gleichzeitig auf. Denn bei 126,2₄° abs. geht Zustand II in den etwas weiträumigeren Zustand I über, wie wir optisch gefunden haben; damit hängt die geringfügige Abnahme der Dielektrizitätskonstanten bei dieser Temperatur zusammen. Für eine Gitterumwandlung konnten beim Übergang II → I optisch keine Anzeichen gefunden werden.

1) A. Kruis, L. Popp und K. Clusius, Zeitschr. f. Elektrochemie, Vortrag auf der Bunsentagung 1937.

1) C. P. Smyth und C. S. Hitchcock, J. Am. Chem. Soc. **56**, 1084, 1934; siehe auch J. D. Kemp und G. H. Denison, J. Am. Chem. Soc. **55**, 251, 1933.

Entsprechend ist auch die Wärmetönung dieser Umwandlung, die wahrscheinlich als eine solche höherer Art aufzufassen ist, viel geringer und beträgt nur 108,7 cal. Die früher heuristisch aufgestellte Behauptung, daß reine Rotationsumwandlungen ohne Gitteränderungen keinen größeren Energiebedarf als $\sim RT$ haben sollten, ist daher bislang noch nicht widerlegt[1]).

Wir beabsichtigen die voranstehend beschriebene Untersuchungsmethode fester Gase mit polarisiertem Licht zu verfeinern und weiter auszubauen. Die optische Beobachtung der Umwandlungen stellt ein bequemes und zuverlässiges Mittel zur Beurteilung der Natur der Phasenübergänge dar und bildet eine vorzügliche und notwendige Ergänzung der Debye-Scherrer-Aufnahmen. Dies erhellt vielleicht am besten daraus, daß allen Autoren, die sich röntgenographisch mit Schwefelwasserstoff befaßt haben, bisher die Modifikationsänderungen entgangen sind.

1) Siehe K. Clusius, Physik. Zeitschr. **35**, 953, 1934 und A. Eucken, Physik. Zeitschr. **35**, 954, 1934.

München, Physikalisch-Chemisches Institut der Universität.

(Eingegangen 8. März 1937.)

Bemerkung zu der vorstehenden Arbeit von A. Kruis und K. Clusius.

Von E. Justi und H. Nitka.

Unsere Debye-Scherrer-Diagramme des III- und II-H_2S sind identisch mit den Aufnahmen, wie sie Vegard sowie Natta und Nasini erhalten haben; unserer angegebenen Genauigkeit entsprechend, ist das Achsenverhältnis c/a bei den III-, II- und I-Phasen auf ungefähr 1 Proz. gleich 1 (kubisches Gitter). Eine weder den Beobachtungen der von Kruis und Clusius noch denen von Vegard, Natta, Nasini und uns widersprechende Erklärung ist die, daß bei der Umwandlung III ⇄ II eine kleine Deformation des kubischen Gitters auftritt; tatsächlich genügt eine Abweichung des Verhältnisses c/a von 1 um 0,1 Proz., um die beobachteten Polarisationserscheinungen hervorzurufen. Da man aus Polarisationsmessungen die Kristallstruktur kaum ableiten kann, beabsichtigen wir, die Phase III mit Laue-Rückstrahlaufnahmen zu untersuchen, die größeres Auflösungsvermögen aufweisen; für die Phasen II und I besteht offenbar Übereinstimmung zwischen allen Beobachtern.

Berlin-Charlottenburg, Physikalisch-Technische-Reichsanstalt.

(Eingegangen 29. Juni 1937.)

BERICHTE.

Bericht über Farbenlehre und Farbenmessung.

Von Herbert Schober.

Inhaltsverzeichnis.

I. Grundsätze der Farbreizlehre und der Farbentheorie.
1. Gegenwärtiger Stand der physikalisch-physiologischen Farbenlehre.
2. Die Grundgesetze der Farbenlehre und niederen Farbenmetrik.
3. Übersicht über die derzeit gebräuchlichen Farbentheorien.
a) Die Young-Helmholtzsche Theorie.
b) Die Heringsche Viergegenfarbentheorie.
c) Die Sehpurpurtheorie von Weigert.
d) Andere Farbentheorien.

II. Die theoretischen Grundlagen des Farbenmessens.
1. Das Farbendreieck.
a) Das Farbendreieck nach König und Ives.
b) Das Farbendreieck der Internationalen Beleuchtungskommission.
2. Die gegenseitige Transformierbarkeit verschiedener Farbendreiecke.
3. Darstellung der Farbe durch Farbton, Sättigung und Leuchtdichte (Helligkeit).
a) Der Farbton.
b) Die Sättigung.
c) Die Leuchtdichte oder Helligkeit.
4. Andere Definitionen der Farbeigenschaften, insbesondere die Ostwaldschen.
5. Die Grundreiz- (Grundempfindungs-) Kurven.
6. Physikalisch-wichtige Arbeiten aus der höheren Farbenmetrik.
a) Messungen über den empfindungsgemäßen Farbton.
b) Messungen, die empfindungsgemäße Sättigung betreffend.
c) Untersuchungen über die Addierbarkeit der empfindungsgemäßen Helligkeiten verschiedener Farben.
d) Arbeiten über die spektrale Hellempfindlichkeitskurve.
e) Das Sehvermögen des Auges im Ultraviolett.
f) Untersuchungen über die Anomalien des Farbensehens.
g) Untersuchungen über den Einfluß von Kontrast und Ermüdung auf das Farbensehen.
h) Das periphere Sehen.
i) Neuere Gesetzmäßigkeiten der binokularen Farbenmischung.

III. Die Methoden der Farbenmessung.
1. Prüfung des Auges auf Farbentüchtigkeit.
2. Methoden der Farbenmessung.
A. Das analytische Verfahren.
B. Die Messung nach dem synthetischen oder Gleichheitsverfahren.
a) Vergleich der zu untersuchenden Farbe mit bestimmten aus Farbentafeln entnommenen Normalfarben.
b) Vergleich der zu messenden Farbe mit einer aus einem Farbton veränderlicher Helligkeit und Weiß gemischten Farbe.
c) Vergleich der zu messenden Farbe mit einer aus drei Eichfarben gemischten Farbe (eigentliche trichromatische Kolorimeter).
α) Trichromatische Kolorimeter, die farbige Lichter, insbesondere Spektralfarben als Eichfarben verwenden.
β) Trichromatische Kolorimeter, die Pigmente oder Farbaufstriche als Eichfarben verwenden.
C. Das Helligkeitsverfahren.
a) Subjektive auf dem Helligkeitsverfahren beruhende Instrumente.
b) Objektive auf dem Helligkeitsverfahren beruhende Instrumente.
3. Überblick über die Leuchtdichtemessung (heterochrome Photometrie).
IV. Praktische Farbenmessung.
1. Die Farbmessung der Lichtquellen.
2. Farbmessungen an Lichtfiltern.
3. Messung von Körperfarben und andere praktische Farbmeßaufgaben.
V. Literaturverzeichnis.

I. Grundsätze der Farbreizlehre und der Farbentheorie.

1. Gegenwärtiger Stand der physikalisch-physiologischen Farbenlehre.

Sowohl die Farbenlehre als auch die Farbmessung waren zu Beginn dieses Jahrhunderts durch die zahlreichen, seit der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts erschienenen Arbeiten von Maxwell, Helmholtz, König, Exner, Hering, Ostwald, um nur einige der bedeutendsten Namen zu nennen, zu einem gewissen Abschluß gelangt. Die nach dem Weltkrieg einsetzende rasche Entwicklung der Lichttechnik und das gleichzeitig immer mehr steigende Bedürfnis nach einer Normung der Pigmentfarben, insbesondere der Textilfarben, hat auch auf diesem Gebiete wieder neuen Auftrieb gebracht. Dazu kommt noch, daß eine große Anzahl farbiger Lichtquellen, wie die Gasentladungslampen, Neon-, Quecksilber- und Natriumlampen, in die praktische Beleuchtungstechnik Eingang gefunden haben und daß der immer mehr steigende Verkehr auch eine besondere Normung der Signalgläser notwendig werden ließ.

Aber es war nicht allein die Möglichkeit einer strengen und eindeutigen Definition, vielmehr war es auch die Notwendigkeit einer leichten und verläßlichen Messung der Farbeigenschaften von Lichtquellen, Farbfiltern und Körperfarben, die den Aufgabenkreis derer, die sich mit Farbenlehre beschäftigen, bedeutend erweitert haben.

Es soll Aufgabe dieses Berichtes sein, sowohl die Wandlungen unserer physikalisch-physiologischen Grundanschauungen der Farbentheorien als auch die Weiterentwicklung der Farbenmessung in den letzten Jahren, etwa seit 1925, zu schildern. Bei der Schwierigkeit des Themas und bei der Zerstreuung der Literatur – an der Farbenlehre haben ja nicht allein Physiker und Lichttechniker, sondern in gleicher Weise auch Chemiker, Physiologen, Psychologen, Ophthalmologen und andere Kreise Anteil – ist eine vollständige Behandlung auch nur der grundlegenden Literatur beinahe ausgeschlossen, und es sei daher ausdrücklich erwähnt, daß trotz besten Willens seines Verfassers auch dieser Bericht keineswegs den Anspruch auf eine Vollständigkeit in der Bearbeitung der hierher gehörigen Fragen aufweisen kann.

Noch eine zweite insbesondere für die Farbenmessung wichtige Bemerkung sei vorausgeschickt. Den Physiker und denjenigen, der praktische Farbenmessungen durchzuführen hat, beschäftigt in allererster Linie nur jener Teil der Farbenlehre und Farbenmessung, der zur Erklärung der physikalisch-physiologischen Gesetzmäßigkeiten des Farbensehens und zur Aufstellung brauchbarer Farbendefinitionen nötig ist. Dieser Teil der Farbenlehre wird durch das von Schrödinger (1, 2, 3) und Luther (4) als niedere Farbenmetrik bezeichnete Gebiet erschöpft. Lediglich die Helligkeitsbestimmung (heterochrome Photometrie) verlangt ein Hinausgehen über diesen grundlegenden Teil der Farbenlehre ins Gebiet der höheren Farbenmetrik, worüber noch kurz gesprochen werden soll. Ebenso dürfen natürlich auch die eigentlichen Farbentheorien nicht auf diesem ersten und einfachsten Gebiet der Farbenlehre stehenbleiben. Sie müssen über das physikalisch-physiologisch Beschreibende hinaus auch zu einer Erklärung der Farbenempfindungen gelangen. Gerade auf diesem Gebiet liegen aber auch ihre Widersprüche und angreifbaren Stellen. Dies gilt insbesondere von der alten Streitfrage zwischen der Young-Helmholtzschen Dreifarbentheorie und der Heringschen Viergegenfarbentheorie. Während die erstere nämlich besser für die Erklärung der niederen Farbenmetrik, der Newton-Graßmannschen Farbmischgesetze usw. geeignet ist, wird die zweite den psychologischen Momenten, besonders dem

psychologischen Empfinden der Farbkontraste und der Grundfarben mehr gerecht. Man drückt dies auch gerne so aus, daß man sagt, das Auge arbeite nach der Theorie von Young-Helmholtz, das Gehirn aber nach der Theorie von Hering. Wegen der besonderen Eignung der Young-Helmholtzschen Theorie für die niedere Farbenmetrik liegt diese Theorie auch den Physikern besonders nahe, während umgekehrt die Anhänger der Heringschen Theorie besonders unter den Psychologen zu suchen sind. Es erscheint daher begreiflich, daß in den physikalischen Arbeiten besonders gern die Vorstellungswelt der Young-Helmholtzschen Theorie zum Ausdruck kommt. Im Anschluß daran soll auch der vorliegende Bericht sich im allgemeinen an diese Vorstellungen anschließen und im übrigen sich wesentlich auf die niedere Farbenmetrik beziehen. Es sei aber ausdrücklich bemerkt, daß dadurch keineswegs eine Stellungnahme für irgendeine Farbentheorie nötig wird. Der Beweis der Richtigkeit einer Farbentheorie läßt sich auch gar nicht allein auf physikalisch-physiologischem Gebiet erbringen und ist übrigens für die den Physiker beschäftigenden Gesetzmäßigkeiten auch ohne Belang.

Die Farbenlehre unterscheidet sich ihrer Natur nach wesentlich von den andern physikalischen Gebieten, denn es handelt sich ja beim Begriff der Farbe nicht um einen rein physikalischen Begriff, sondern um ein Mittelding zwischen der Begriffswelt der Physik und der Psychologie. Man hat für derartige Begriffe neuerdings mit gutem Erfolg den Namen „Reiz" gewählt. Wir verstehen dabei unter Reiz die Einwirkung von physikalischer Energie, in unserem Falle von elektromagnetischer Strahlung, auf ein Sinnesorgan[1]). Aus dem Reiz wird durch die Tätigkeit des Sinnesorgans und Seelenlebens erst die Empfindung. Der Teil der Farbenlehre, mit dem sich der Physiker in der Hauptsache zu beschäftigen hat, die schon erwähnte niedere Farbenmetrik, handelt nur von den Reizgrößen und ihren einfachsten Gesetzmäßigkeiten. Sie führt zur Aufstellung der Begriffsbestimmungen der Farben, während die höhere Farbenmetrik, die sich mit den allgemeineren Maßbeziehungen, wie der Frage, um wieviel eine Farbe heller oder gesättigter als eine andere ist, kurz, mit den Abstandsbeziehungen der Farben, beschäftigt oder die Farbenpsychologie nur ausnahmsweise Gegenstand dieses Berichtes sein soll, genau so wie auch die entsprechende physikalische Lehre von den elektromagnetischen Strahlungen, also die Optik, nicht hierher gehört. Macht man sich den Begriff des Farbreizes als Mittelding zwischen einem physikalischen Begriff und dem der Empfindung klar, so erscheint es als selbstverständlich, daß andere Gesetzmäßigkeiten für die physikalischen Größen als für die Reize, genau so aber auch andere Gesetzmäßigkeiten für die Empfindungen als für die Reize aufgestellt werden müssen. Während aber die Gesetzmäßigkeiten der Optik und der Reize bereits sehr gut durchforscht sind, sind die der Empfindungen noch beinahe unbekannt. Im Verfolg dieser einmal gegebenen Bestimmung soll in diesem Bericht das Wort „Reiz" auch immer eindeutig verwendet werden, wenn es sich um Reize im eben besprochenen Sinne handelt. Es soll daher auch das alte Königsche Wort der Grundempfindungen durch das nunmehr richtigere Wort „Grundreize" ersetzt werden.

2. Die Grundgesetze der Farbenlehre und niederen Farbenmetrik.

Hierüber sind in den letzten Jahren mehrere zusammenfassende Berichte erschienen, von denen einige besonders erwähnt seien. Ein ausführlicher und besonders auf die Farbreizmetrik abgestimmter Bericht findet sich im Lehrbuch der Physik von Müller-Pouillet (6), ebenso im Handbuch der Experimentalphysik (7). Wesentlich kürzer sind die Berichte von I. Runge (8), von Lax und Pirani (9) und einer über Kolorimetrie von E. Löwe (10). Sehr ausführlich ist die Darstellung im Handbuch der normalen und pathologischen Physiologie (11), ebenso eine besonders auf die Zwecke des Mineralogen

1) Die Definition des Reizes wird nicht immer ganz einheitlich gebraucht. Die Schwierigkeit ist ja offensichtlich, da wir „Reize" niemals direkt messen können, sondern nur entweder physikalische Größen wie Energien, Wellenlängen usw. oder Empfindungsgrößen. Die Reize werden daher im allgemeinen auch indirekt durch Empfindungen wie Farbton, Helligkeit und Sättigung definiert. Das würde an und für sich gleichgültig sein, wenn dann auch Reiz und Empfindung immer übereinstimmen würden. Dies ist aber keineswegs der Fall. Meistens bezeichnet man nach v. Kries (5) zwei Farben als von gleicher „Reizart", wenn sie in ihrem Farbton und in ihrer Sättigung, aber nicht in der Helligkeit übereinstimmen, da man dann nämlich am besten Anschluß an das ebene Farbendreieck gewinnt, das ja nur zwei unabhängige Merkmale enthalten kann. Umgekehrt zeigt es sich, daß zwei Farben, die mit den gleichen Reizgrößen für Helligkeit und Sättigung versehen sind, die aber verschiedenen Farbton besitzen, nicht unbedingt auch gleich gesättigt aussehen müssen. Man ersieht dies auch daraus, daß man im Farbendreieck für die Reize einfache Rechenbeziehungen aufstellen kann (niedere oder Farbreizmetrik), daß man auch jede Farbe durch ihren Farbpunkt im Dreieck empfindungsgemäß vollkommen eindeutig definieren kann, daß aber deshalb die Abstände im Farbendreieck nicht etwa als Maß für die empfindungsgemäße Sättigung angenommen werden dürfen.

abgestimmte zusammenfassende Arbeit von S. Rösch (12). Die verschiedenen Farbmeßverfahren und dazugehörigen Apparate sind in ausführlicher Zusammenstellung im Buche von I. W. T. Walsh (13) zu finden. Endlich ist in jüngster Zeit ein besonders auf die Young-Helmholtzsche Theorie und auf die praktische Farbenmessung nach dem Helligkeitsverfahren (siehe unten) abgestimmtes Buch von E. Haschek und M. Haitinger (14) erschienen. Mit der dem Physiker naheliegendsten Farbentheorie, der Young-Helmholtzschen Dreifarbentheorie, befaßt sich ein vorzüglicher, ebenfalls aus den letzten Jahren stammender Bericht von S. Hecht (15).

Die grundlegenden Gesetzmäßigkeiten der Farbenlehre und Farbreizmetrik gehen bekanntlich auf die Arbeiten von Newton und Graßmann zurück (16). Sie seien in den nachfolgenden Sätzen kurz angegeben:

Der Farbreiz und die Farbempfindung kommen durch die Einwirkung elektromagnetischer Strahlung zwischen den ungefähren Wellenlängen 4000 und 7600 ÅE (siehe auch unten, S. 539) zustande. Welche Farbe empfunden oder auch gereizt wird, hängt aber nicht allein von der Wellenlänge der Strahlung bzw. von ihrer physikalischen Zusammensetzung, sondern noch wesentlich vom Zustand des Sinnesorgans und Gehirns ab. Um nun die Grundgesetze der Farbreizmetrik aufzustellen, hält man vorerst die physiologischen und psychologischen Variabeln, d. h. den Zustand des Auges und Gehirns fest, und läßt die physikalischen Größen allein frei. Achtet man weiter zuerst nur darauf, die Gesetze zu finden, nach denen eine Mischung mehrerer Farben einer bestimmten Farbe gleichgemacht werden soll, so erhält man die Gesetzmäßigkeiten der niederen Farbenmetrik. Diese allein ist, wie schon erwähnt, bisher genügend durchentwickelt worden (17), während die Abstands- und Ähnlichkeitsgesetze der höheren Farbenmetrik noch nicht restlos erforscht sind. Das Festhalten der physiologischen Veränderlichen hat öfters auch zu dem grundsätzlich nicht zulässigen Versuch einer rein physikalischen Definition der Farbengrößen geführt (18), indem man das Auge durch eine oder mehrere mit bestimmten Eigenschaften ausgestattete lichtelektrische Zellen ersetzt. Das kann zwar meßtechnisch von hoher Bedeutung sein, man darf aber dabei nicht übersehen, daß es insofern nicht richtig ist, als es sich, wie schon erwähnt, beim Reiz und bei der Empfindung nicht um physikalische Größen handelt. Sie sind daher auch nicht rein physikalisch meßbar.

Als physiologische Veränderliche gelten die folgenden (19):

1. Der Gesundheitszustand des Auges in bezug auf das Farbensehen, die sog. Farbentüchtigkeit. (Ihre Prüfung siehe unten S. 547.) Besonders zu achten ist dabei darauf, daß die Feststellung durch gegenseitige Anerkennung der Farbengleichungen eines bestimmt normal Farbentüchtigen und des zu untersuchenden Beobachters geschieht. Denn auch der farbenblinde oder farbenschwache Beobachter anerkennt im allgemeinen die Mischungen des Normalfarbentüchtigen, während umgekehrt der Normalfarbentüchtige die des Farbenblinden oder Farbenschwachen nicht anerkennt.
2. Das Auge muß auf Tagessehen eingestellt sein, da ja die Farbenbewertungen bei verschiedenen Beleuchtungsstärken sehr verschieden ausfallen (Purkinjesches Phänomen usw.). Nach den bisherigen Beobachtungen ist dies dann erreicht, wenn die Leuchtdichte (Helligkeit) der zu untersuchenden Farbfelder oberhalb von 10 Lux liegt.
3. Die Farbenmessung muß auf der Netzhautmitte erfolgen, d. h. die zu prüfenden Farbfelder dürfen einen Öffnungswinkel von 2° nicht überschreiten, da für die Netzhauträndern ebenfalls andere Gesetzmäßigkeiten (partielle, für die ganz außen liegenden Teile sogar totale Farbenblindheit) gelten.
4. Das Auge darf nicht durch gleichzeitige oder vorher einwirkende Farben (= Simultan- oder Sukzessivkontrast) ermüdet sein, d. h. man muß vor Beginn der Farbenmessung längere Zeit auf eine weiße Fläche von mindestens 30 Lux Beleuchtungsstärke geblickt haben.

Diese vier Voraussetzungen müssen also erfüllt sein, wenn der Physiker einfache Gesetzmäßigkeiten an Farben feststellen und mit ihnen rechnen will. Es gelten dann die folgenden Gesetze.

a) Mischt man zwei Spektralfarben (additive Farbenmischung), wobei man den gegenseitigen Anteil stetig verändert, so durchläuft das Mischlicht eine stetige Reihe von Farbtönen zwischen den beiden reinen Farben. Diese Farbtöne sind aber durchwegs weißlicher als die beiden an den Enden der Reihe liegenden Spektralfarben. Je weiter die Spektralfarben auseinanderliegen, desto weißlicher erscheint die Mischung, je näher sie aneinanderliegen, desto mehr kommen die Mischfarben den Farbtönen der Spektralfarben nahe. Licht der Wellenlänge 6710 AE (Lithiumlinie) mit Licht der Wellenlänge 5361 AE. (Thalliumlinie) in bestimmtem Verhältnis gemischt, ergibt genau die Farbe der Wellenlänge 5893 AE (Natriumlinie). Man benutzt diese von Rayleigh

(20) zuerst aufgestellte Farbmischung, die Rayleighgleichung, gern zur Prüfung der Farbentüchtigkeit, da der normalfarbentüchtige Beobachter 100 Teile Lithiumrot mit etwa 40 bis 70 Teilen Thalliumgrün mischen muß, um den Farbton der Natriumfarbe zu erzeugen. Der Rotblinde braucht hingegen einen wesentlich größeren Anteil des roten, der Grünblinde des grünen Lichtes als der Normale, um dieselbe Mischfarbe zu erzeugen. Man ist heute vielfach von dieser Untersuchungsmethode auf Farbentüchtigkeit abgegangen, weil sich gezeigt hat, daß einerseits auch die normalen Trichromaten infolge individueller Verschiedenheiten, insbesondere auch wegen der mit zunehmendem Alter wachsenden Gelbfärbung der Netzhaut und Augenlinse (siehe unten, S. 540) eine starke Streuung im Mischverhältnis von Rot und Grün zeigen, andererseits aber auch eine Menge von Zwischenstufen zwischen den normalfarbentüchtigen Trichromaten und den farbenblinden Dichromaten, die sog. anomalen Trichromaten, bestehen, wie aus den an einer großen Zahl von Personen vorgenommenen Untersuchungen von Trendelenburg und Schmidt (21) hervorgeht. Man wendet daher für genauere Untersuchungen besser das auf S. 527 ff. besprochene System der Spektrumseichung nach den Regeln der Internationalen Beleuchtungstechnischen Kommission (IBK.) an.

Liegen die beiden zur Eichung verwendeten Farben sehr weit auseinander, so fällt bei den Zwischentönen nur die stärkere Verweißlichung = geringere Farbsättigung oder Farbreinheit, nicht aber die Farbänderung auf. Ist eine der Zwischenfarben rein weiß, so nennt man bekanntlich die beiden Spektralfarben komplementär. Die Definition des reinen Weiß und der Komplementärfarben stößt auf experimentelle Schwierigkeiten. Denn es ist an und für sich sehr schwer zu unterscheiden, wann wirklich Farblosigkeit besteht. Die Meßresultate über Komplementärfarben der verschiedenen Beobachter gehen auch sehr stark auseinander, ebenso die Methoden ihrer Feststellung. Haschek und Haitinger (14) schlagen vor, zur Entscheidung, ob ein Farbton rein weiß sei, die zu untersuchenden Färbungen mit einem von der normalweißen Lichtquelle beleuchteten Plättchen aus Magnesiumoxyd zu vergleichen. Die Unterscheidung werde noch dadurch unterstützt, daß man zum Vergleich eine ähnliche, aber komplementär gefärbte Fläche heranzieht. Allerdings scheint hierbei auch wieder die Gefahr von Simultankontrast gegeben. Die älteren Messungen von Dittler und Satake (22) bestimmen Weiß als dann gegeben, wenn bei einer Herabsetzung der Lichtstärke bei gut ausgeruhter, also von jeder Farbermüdung freier Netzhaut kein Sukzessivkontrast auf einer Barytweißfläche gesehen werden kann, wenn das Auge die zu untersuchende Fläche längere Zeit fixiert hat. Nach Krarup (23) hängt aber zwischen den Wellenlängen 5120 und 4800 AE die Lage der Komplementärfarben etwas von der Beleuchtungsstärke ab, was von einem Einfluß des Stäbchensehens auch bei höheren Beleuchtungsstärken herrühren soll. Mit der Frage der Komplementärfarben und ihrer Messung beschäftigen sich neuerdings auch Goldlove (24) und Wright und Pitt (25).

Bekanntlich wurden für die Wellenlängen oder Frequenzen der Komplementärfarben verschiedene Formeln aufgestellt, so von Grünberg (26) die Formel

$$(\lambda - 559) \cdot (489 - \lambda') = 424$$

oder von Priest (27) mit Hilfe der Schwingungszahl v die Formel

$$(530 - v) \cdot (v' - 608) = 220.$$

Zu einem Teil der grünen Spektralfarben liegen bekanntlich die im Spektrum nicht vorkommenden Purpurfarben komplementär. Diese können in höchster Sättigung durch die Mischung der beiden Endlichter des Spektrums erhalten werden.

Von Interesse ist auch die Helligkeits- bzw. Energieverteilung der Mischung zweier Farben zu Weiß, worüber Lax und Pirani im Hinblick auf die Gasentladungslichtquellen gearbeitet haben (28).

b) Jede beliebige zusammengesetzte Farbe kann durch Mischung einer oder höchstens zweier reiner Spektralfarben mit Weiß erhalten werden.

Zufolge dieses Satzes kann man daher auch den Farbton einer jeden Farbe durch eine spektrale Wellenlänge, nämlich diejenige, die denselben Farbton besitzt, bestimmen. Die Bezeichnung wurde so genormt, daß der Farbbezeichnung die betreffende Wellenlänge als Index beizusetzen ist. So bedeutet Gelb_{575} einen ganz bestimmten gelben Farbton. Handelt es sich um Purpurfarben, so wird an Stelle des im Spektrum nicht vorkommenden Farbtones der der Komplementärfarbe, jedoch zur Unterscheidung in Klammern, angehängt, wie etwa $\text{Purpur}_{(510)}$.

c) Jede Farbe läßt sich durch drei Merkmale festlegen. Im allgemeinen wählt man hierfür den Farbton = Qualität, die Sättigung = Weißlichkeit und die Helligkeit = Intensität

= Farbquantität. Aber es sind natürlich auch andere Möglichkeiten zur Festlegung der Merkmale einer Farbe gegeben (4). Jedoch hat sich gezeigt, daß immer eine Dreizahl von Merkmalen zur Beschreibung eines Farbreizes notwendig ist. Unser Farbreizraum ist also dreidimensional. Anders ist diese Frage natürlich bei den Farbenempfindungen, jedoch scheint auch hier die oft verlangte Einführung einer vierten Dimension, etwa der Farbenglut, als nicht notwendig zu gelten, und es liegen berechtigte Gründe vor, auch den Farbenempfindungsraum als dreidimensional anzunehmen.

Daß dabei die unglückseligerweise gleichnamigen Bezeichnungen für die Merkmale des Farbreizes und der Farbempfindung nicht verwechselt werden dürfen, was leider immer wieder geschieht, zeigt die Erfahrung, daß die Definition eines Farbreizes nach den drei unabhängigen Merkmalen Farbton, Farbsättigung und Leuchtdichte vollkommen eindeutig ist, während im Gegensatz dazu in der Farbempfindung die Unabhängigkeit dieser drei Merkmale nicht in vollem Ausmaß gilt. Änderungen der empfindungsgemäßen Leuchtdichte ziehen meist auch Änderungen der Sättigung und des Farbtones nach sich. Sehr helle Lichter erscheinen bekanntlich immer weißlich, und es ist eine ebenso bekannte Tatsache, daß im Spektrum die hellen „gelben" Natriumlinien auf dem in seiner Leuchtdichte viel schwächeren „orangegelben" Untergrund, der aber ungefähr dieselbe Wellenlänge als die Natriumlinien besitzt, erscheinen. Aber schon die empfindungsgemäße Definition des Farbtones ist, wie die Versuche von Verbeek und Bazen (29) zeigen, keineswegs eindeutig, selbst wenn man alle Vorsichtsmaßregeln anwendet, um die physiologischen Variabeln festzuhalten, d. h., um Kontrast, Nachbilderscheinungen usw. von den Meßergebnissen auszuschalten. Nach diesen beiden Beobachtern beurteilten unter 100 Personen 27 die Spektrallinie 5680 als gelb, 36 als grün und 37 als zweifelhaft.

In der Darstellung der Farbreize kann man als die drei voneinander unabhängigen Veränderlichen aber ohne weiteres die drei Merkmale Farbton, Sättigung und Leuchtdichte (früher Helligkeit genannt) wählen und gelangt damit zu einer dreidimensionalen Darstellung der Farben, der Farbpyramide[1]). Dabei wird als Höhe der Pyramide immer die Leuchtdichte gewählt. Da man gewohnt ist, die Leuchtdichte als photometrische Größe getrennt zu behandeln, verbleibt unter Mitberücksichtigung der Tatsache, daß man jede Farbmischung aus drei Grundfarben herstellen kann, statt einer dreiseitigen Farbpyramide ein ebener Schnitt durch diese, das Farbendreieck. Dabei ist die Dreifarbenmischregel so zu verstehen, daß man aus zwei Grundfarben immer dieselbe Mischfarbe herstellen kann, wie aus einer dritten Grundfarbe und irgendeiner andern beliebigen Farbe. Mathematisch ausgedrückt heißt dies, wenn x, y, z die Anteile der drei Grundfarben X, Y, Z und u den Anteil der willkürlichen Farbe F bedeuten, daß eine Gleichung

$$xX + yY = uF + zZ$$

besteht. Man kann diese Formel auch so ausdrücken, daß man sagt, es lasse sich jede beliebige Farbe aus drei willkürlichen Grundfarben, die lediglich so beschaffen sein müssen, daß zwei von ihnen nicht schon Komplementärfarben sind und die dritte nicht durch die beiden anderen darstellbar ist, durch Mischung herstellen, wobei aber vielfach (vgl. die Tabelle I auf S. 528) die eine der drei Grundfarben negativ zu nehmen ist. Die Graßmannsche Mischungsregel, daß gleichaussehende Farben auch gleiche Mischfarben ergeben, führt dann im weiteren dazu, daß man bei beliebigen zusammengesetzten Gemischen, die Anteile der drei Grundfarben einfach addieren kann.

3. Übersicht über die derzeit gebräuchlichen Farbentheorien.

a) Die Young-Helmholtzsche Theorie.

Diese besonders in Physikerkreisen beliebte und in ihrer letzten Form von Ives (30) mehrfach (31) verbesserte Hypothese wurde in der letzten Zeit mehrmals zusammenfassend beschrieben (6, 7, 11, 14, 15, 32), auch in kritischer Stellungnahme (33). Sie knüpft an die Erfahrungstatsache der Mischbarkeit jeder Farbe aus drei Grundfarben an. Es wird, da diese Mischbarkeit für die Farbreize allgemeine Gültigkeit besitzt, angenommen, daß in der Netzhaut dreierlei Arten von Farbrezeptoren vorhanden sind, deren Reizung den drei Grundfarben entspricht. Diese Annahme wird durch die Untersuchungen von Arthur König, die Aufstellung der Grundempfindungskurven und durch die Erfahrungen an den Farbenblinden unterstützt. Um nun nicht wegen der in den Farbengleichungen vorkommenden negativen Vorzeichen und wegen der Tatsache, daß auch unter den gesättigten Farben, nämlich den Spektralfarben, keine bestimmten drei Farbtöne als besonders

[1]) Die Pyramide wird wegen des Stäbchensehens bei geringen Leuchtdichten, also an ihrer Spitze, meist abgestumpft dargestellt.

ausgezeichnet erscheinen können, in Schwierigkeiten zu geraten, muß man die Annahme machen, daß es keine reelle Farbe gibt, die imstande ist nur ein einziges farbempfindliches, Organ der Netzhaut zu reizen. Es werden vielmehr immer mindestens zwei Rezeptoren gereizt. Was die Farbenblindheit betrifft, so hat es sich gezeigt, daß man drei Arten von Partiellfarbenblinden, nämlich Rotblinde, Grünblinde und Violettblinde unterscheiden muß, daß man also die ältere Annahme der Rot-Grün-Blinden im Gegensatz zu den Gelb-Blau-Blinden nicht mehr aufrechterhalten kann. Die Kennzeichen dieser drei Typen sind kurz die folgenden:

Rotblinde sehen das Spektrum im Roten verkürzt, zumindest können sie das rote Ende nur sehr schwer wahrnehmen. Ein bestimmter grüner Farbton, das Komplement ihrer Fehlfarbe erscheint ihnen farblos.

Grünblinde sehen keine Verkürzung des roten Spektralendes, auch liegt ihre Fehlfarbe (nicht das Komplement!) bei rund 5000 AE also an etwas anderer Stelle im Spektrum. Diese Wellenlänge wird von ihnen aber als weiß wahrgenommen, ein Zeichen, daß die ungesättigte grüne Spektralfarbe eine Mischung aus den nun noch verbleibenden anderen Grundempfindungen in einem Weiß ergebenden Verhältnis darstellt. Die Tatsache, daß die neutrale Zone d. h. der Fehlfarbton des Grünblinden und das Komplement der neutralen Zone des Rotblinden ungefähr zusammenfallen, daß also beide Arten von Farbenblinden das Rot und Grün miteinander verwechseln, dürfte wohl schuld an der Entstehung der Ansicht von der Rot-Grün-Blindheit gewesen sein. Sehr leicht lassen sich aber diese beiden Typen durch die Herstellung der Rayleighgleichung unterscheiden.

Die Violettblindheit ist im Gegensatz zur Rot- und Grün-Blindheit, die bei etwa 4 Proz. aller Männer, seltener bei Frauen, auftritt, nur bei schweren Augenerkrankungen, wie Netzhautablösung (Ablatio retinae) oder Netzhautentzündung (Retinitis), zu finden. Die neutrale Zone liegt bei 577 mμ.

Die Young-Helmholtzsche Theorie wählt nun als Grundreize die drei Fehlfarben der drei Dichromaten. Dabei muß man sich nach neuerer Auffassung (6, 11) die Erscheinung der partiellen Farbenblindheit so vorstellen, daß nicht etwa einer der Grundrezeptoren fehlt, sondern daß er in seiner spektralen Reizkurve mit einem zweiten zusammenfällt. Rotblind heißt also nicht, daß von den drei Königschen Grundreizkurven die Rotkurve fehlt, sondern vielmehr, daß sie so verschoben ist, daß sie mit der Grünkurve zusammenfällt. Ist die Verschiebung nicht vollständig, liegt also etwa die Grünkurve zwischen dem normalen von König beim Trichromaten angegebenen Ort und dem der Rotkurve, ein Fall, der sehr häufig vorkommt, so spricht man von anomaler Trichromasie. Solche Personen sind zwar mehr oder weniger farbentüchtig, sie sind aber leicht an ihrer vom Normalen stark abweichenden Herstellung der Rayleighgleichung zu erkennen.

Über die Art der Farbrezeptoren wurden ebenfalls verschiedene Annahmen gemacht. Die größte Wahrscheinlichkeit kommt wohl der photochemischen Hypothese (34, 35) zu, die ursprünglich von Lasareff (36, 37) und unabhängig davon von Haschek (34) aufgegriffen wurde. Schon Exner (38) und Aigner (39) war es gelungen, den Nachweis zu erbringen, daß die Königschen Grundreizkurven die Bedingungen von Resonanzkurven erfüllen.

Aus der Annahme dreier verschiedener Grundreizstoffe konnten Haschek und seine Schüler (40, 41) und Lasareffs Mitarbeiter Kravkov (42) die Adaptationserscheinungen nach einer Differentialgleichung für den Abbau und die Regeneration der Sehstoffe unter Annahme eines monomolekularen Prozesses mit Erfolgen rechnen. Haschek hat außerdem versucht (43), aus seinen Annahmen über die Adaptation einerseits die Grundreizkurven aus den von der Wellenlänge abhängigen Konstanten der Adaptationsgleichung, andererseits auch die wichtigsten Erscheinungen des Sukzessivkontrastes zu rechnen. Für die vier Empfindlichkeiten (Rot-, Grün-, Violett- und Stäbchenempfindlichkeit) sollen Gleichungen der folgenden Art bestehen: Wenn S die Menge der lichtempfindlichen Substanz, ϱ die Regenerationskonstante, d. h. die in der Zeiteinheit abgeführte Menge, S_0 die Menge der bei Beginn der Bestrahlung vorhandenen wirksamen Substanz, Σ die Empfindlichkeit der Netzhaut im Ausgangszustand, σ die photochemische Empfindlichkeit der Sehsubstanz, die eine Funktion der Wellenlänge ist, I die Lichtstärke und t die Zeit bezeichnet, gelten Formeln der folgenden Form:

$$S = \frac{\varrho S_0}{\sigma I + \varrho}\left(1 - e^{-(\sigma I + \varrho)t}\right) + \sum e^{-(\sigma I + \varrho)t}.$$

Die Formeln wurden weiter gestützt durch die Arbeiten von S. Hecht (44, 45, 46, 47), der wenigstens für die wichtigste Substanz der Netzhaut, den Sehpurpur, den Nachweis erbracht hat, daß seine Ausbleichung unter Lichteinwirkung nach einer monomolekularen Reaktion erfolgt. Die Absorptionskurve des normalen Sehpurpurs stimmt dabei mit der Augenempfindlichkeitskurve für geringe Helligkeiten, der Dämmerungsempfindlichkeitskurve überein. Ihr

Maximum liegt bei 5120 AE. Es würde dies auch mit der Beobachtung, daß die größte Konzentration des Sehpurpurs auf den Stäbchen (radii) der Netzhaut stattfindet, die nach der Kriesschen Duplizitätstheorie die Träger der Dämmerungsempfindung sind, übereinstimmen. Bekanntlich behauptet ja v. Kries auf Grund des Versuchsmaterials, insbesondere wegen des Purkinjephänomens, nämlich der Tatsache, daß blaue Lichter in der Dämmerung heller erscheinen als rote und wegen der Erscheinung des Gespenstersehens – sehr schwache Lichtquellen können nur wahrgenommen werden, wenn man an ihnen vorbeisieht, wenn also ihr Bild in die stäbchenreiche Netzhautperipherie fällt –, aus der Erscheinung der Hemerallopie (Nachtblindheit) usw., daß in der Netzhaut zwei Arten von lichtempfindlichen Organen, die für das Dämmerungssehen geeigneten und farbenblinden Stäbchen (radii) und die für das Tagessehen und normalerweise farbentüchtigen Zäpfchen (coni) vorhanden sind.

Allerdings ist es darüber hinaus bisher noch nicht gelungen, irgendwelche Beweisstücke aus der Anatomie oder Physiologie für die Annahme dreier verschiedener Rezeptoren oder von drei Reizstoffen auf den Zäpfchen der Netzhaut zu finden. Tatsache ist nur, daß jedes einzelne Zäpfchen wenigstens in der Netzhautgrube alle drei Rezeptoren oder Reizstoffe besitzen muß, denn sonst könnte man ja nicht punktförmige Lichtquellen, wie etwa die Sterne, in bestimmten Farbtönen sehen. Diese Schwierigkeiten der Young-Helmholtzschen Farbentheorie in ihren letzten Auswirkungen haben dazu geführt, daß Weigert eine stark modifizierte Hypothese aufgestellt hat (siehe unten). Eine weitere Schwierigkeit der Young-Helmholtzschen Theorie liegt darin, daß sie eine typische Theorie für den Farbreiz ist, daß sie also nicht imstande ist, die farbenpsychologischen Fragen restlos zu klären. Vor allem die Tatsache der drei Grundfarben Rot, Grün, Violett an Stelle der von den Psychologen und Malern angeführten vier Grundfarben Rot, Gelb, Grün, Blau macht Schwierigkeiten. Ebenso ist psychologisch nicht einzusehen, daß Weiß eine Mischfarbe sein soll, wie etwa Orange oder Kobaltblau, denen man die Mischung deutlich ansieht. Die Angriffe gegen die Young-Helmholtzsche Theorie richten sich daher in erster Linie gegen die extreme Form, nämlich die Annahme von drei Farbrezeptoren oder gar ihre psychologischen Ausdeutungen. Denn diese Annahmen konnten auch durch die genauesten anatomischen Untersuchungen über die Netzhaut (48) und ihre Struktur, bzw. die lichtempfindlichen Teile (49), keinerlei Stütze finden. Es ist aber auch nach Schrödinger (54) gar keine Notwendigkeit für alle Folgerungen der Young-Helmholtzschen Theorie gegeben. Endlich hat Hecht, um einigen Schwierigkeiten zu entkommen, versucht (15), mit Hilfe neuer Grundreizkurven die Young-Helmholtzsche Theorie zu verbessern. Dagegen wenden sich aber Judd (50) und Wright (51). Auch ein dem Hechtschen ähnlicher Versuch von Roaf (52) hat bisher noch keinen Erfolg gezeitigt.

b) Die Heringsche Viergegenfarbentheorie.

Diese Hypothese, die in ihren wesentlichsten Grundzügen wohl auch in Physikerkreisen genügend bekannt und oft beschrieben worden ist (6), geht im Gegensatz zu der auf der Reizwahrnehmung gegründeten Young-Helmholtzschen von der psychologischen Seite der Farbenempfindung aus. Sie stellt an ihre Spitze die These von der Existenz dreier Paare von Gegenfarben: Rot-Grün, Blau-Gelb und Schwarz-Weiß, also vier Farbenempfindungen und zwei farblose Empfindungen. Die beiden Komplemente jeder Empfindung sind die Folgen zweier verschiedener durch den Reiz ausgelöster physiologischer Prozesse des Dissimilations- bzw. Assimilationsprozesses der betreffenden Sehsubstanz. Dissimilation wird durch die als helle Farbe wahrgenommenen Strahlungen, also Weiß, Rot, Gelb, Assimilation durch die dunklen Farben Schwarz, Grün, Blau hervorgerufen. Diese ursprüngliche Form der Heringschen Theorie wurde durch Elliot Q. Adams (53) etwas abgeändert. In erster Linie muß man nicht Rot und Gelb, sondern Rot und Violett als Dissimilation (katabolische) Farben annehmen. Es ist dies eine Folgerung aus der Tatsache, daß diese beiden Farben an den Enden des Spektrums die einzigen weißfreien Farben sind und dennoch eine positive Helligkeitsempfindung hervorrufen. Weiter glaubt Adams nicht an die Möglichkeit, die Schwarz-Weiß-Reihe gleich zu behandeln, wie die beiden farbigen Reihen, denn man kann keinen Nullpunkt der Schwarz-Weiß-Empfindung finden, wie er bei den farbigen Empfindungen durch den Weißpunkt zwischen den beiden Komplementärfarben gekennzeichnet ist.

Die Schwierigkeiten der Heringschen Theorie liegen auf der Hand. Wenn es auch tatsächlich die Möglichkeit chemischer Prozesse, deren Ablaufsrichtung von der Wellenlänge abhängt, gibt, so kann die Theorie doch kaum eine ausreichende Erklärung für die Farbanomalien, besonders die partielle Farbenblindheit, geben. Auch die Tatsache, daß das dynamische Gleichgewicht zwischen Assimilation und Dissimilation das gleiche

Ergebnis wie ein Fehlen beider Farbempfindungen geben soll, ist sehr unbehaglich. Falsch wäre jedoch die Meinung, daß die Heringsche Theorie keine Erklärung des Farbmischgesetzes aus drei Komponenten geben könnte. Es ist vielmehr die Darstellung im Farbendreieck, die ja eine rein empirische Tatsache ist und frei von allen Hypothesen allgemeine Gültigkeit besitzt, auch auf Grund der Heringschen Theorie zu verstehen. Diese Darstellungsmöglichkeit hat bereits E. Schrödinger in seiner Farbenmetrik (54) und später unabhängig von ihm R. Hiecke (55) aufgezeigt. Man konstruiert dabei das Farbendreieck am besten so, daß man nicht, wie bei der gewohnten Darstellung nach der Young-Helmholtzschen Theorie, die drei Eckpunkte durch die drei gewählten Grundfarben besetzt und den Weißpunkt in den Schwerpunkt verlegt, sondern daß man als den einen Eckpunkt den Weißpunkt, als die beiden andern die Enden des Spektrums, also den Rot- und Violettpunkt annimmt, und zwar so, daß die Spektralkurve durch die Seite *RV* des Dreiecks nicht geschnitten wird. Dann liegt das Heringsche Urgrün (4950 AE) im Schnittpunkt der Seite *RW* mit der Spektralkurve, das Urgelb (5750 AE) im Schnittpunkt der Seite *VW* mit der Spektralkurve.

Die Anhänger der Young-Helmholtzschen Theorie, die, wie schon erwähnt, hauptsächlich in den Kreisen der Physiker und Physiologen und die der Heringschen Theorie, die in Physiologen-, Psychologen- und Malerkreisen zu suchen sind, stoßen noch immer in zahlreichen Arbeiten aneinander (56, 57), eine endgültige Entscheidung zwischen den beiden Theorien ist noch nicht gefallen, doch dürfte wohl die Zonenansicht von Kries die meiste Berechtigung haben. Nach dieser scheint die Young-Helmholtzsche Auffassung dem Auge, also dem Reiz, die Heringsche dem Gehirn, also der Empfindung zu entsprechen. Darin dürfte es auch begründet sein, daß die Young-Helmholtzsche Theorie trotz ihrer großen Erfolge gerade der Erklärung der stärksten Seite der Heringschen Theorie, nämlich der psychologischen Auffassung von Grund- und Gegenfarbe nicht Genüge leistet, während andererseits die Heringsche Theorie wieder auf dem Reizgebiet vollkommen versagt. Man müßte also im Sinne unserer eingangs gegebenen Definitionen die Young-Helmholtzsche als die Farbreiztheorie, die Heringsche als die Farbempfindungstheorie bezeichnen. Dann erscheint es aber auch begreiflich, daß der Physiker sich ausschließlich um die Young-Helmholtzsche Auffassung zu kümmern hat.

Einen Versuch, die Vorzüge der Heringschen mit denen der Young-Helmholtzschen Theorie zu vereinigen, unternimmt J. F. Schouten (58) in seiner quantitativen Vierfarbentheorie. Er nimmt dabei ähnlich wie Young vier Grundempfindungskurven an und kommt an Stelle des Farbendreiecks zu einem Farbenviereck. Eine arithmetische Vierfarbenanalyse wurde von I. Nuut entwickelt (59).

c) Die Sehpurpurtheorie von Weigert.

In den letzten Jahren hat Weigert gemeinsam mit seinen Schülern und fußend auf den medizinisch-chemischen Kenntnissen über die Netzhaut, sowie auf der Erscheinung des Photodichroismus (60, 61, 62, 63), eine neue Theorie des Sehens in zahlreichen Arbeiten entwickelt. Da die Weigertschen Gedankengänge dem Physiker im Gegensatz zu den beiden anderen großen Farbtheorien noch größtenteils unbekannt sind, erscheint es als günstig, an dieser Stelle auf die Weigertsche Darstellung etwas mehr einzugehen.

Die Theorie hat ihre Grundlagen in der Erkenntnis des Photodichroismus. Bekanntlich zeigen lichtempfindliche Substanzen, wie etwa Chlorsilber, eine mit der Belichtungswellenlänge veränderliche Absorptionskurve. Diese „Farbanpassung" der Absorptionskurve äußert sich beispielsweise so, daß man unter geeigneten Umständen auf einem photographischen Tageslichtpapier (60) durch Belichtung mit einem lichtstarken Spektrum ein ungefähr farbenrichtiges Bild des Spektrums erhält. Besonders eindrucksvoll ist die Verwendung von linear polarisiertem Licht. Die ursprünglich isotrope lichtempfindliche Substanz verhält sich auf einmal wie ein optisch anisotroper Kristall. So hängt bei derartig beeinflußten Substanzen die Stärke der Belichtungswirkung von der Polarisationsrichtung des einfallenden polarisierten Lichtes ab. Die photochemisch empfindliche Substanz kann also bei der Lichteinwirkung etwa so aufgefaßt werden wie ein dichroitischer Kristall. Weigert hat seine Versuche an zahlreichen lichtempfindlichen Schichten, insbesondere an photographischen Emulsionen (64, 65), weiter gemeinsam mit Nakashima an den photographischen Sensibilisatoren, wie Zyanin, Pinachrom, Orthochrom, Pinazyanol, Pinaflavol, Pinaverdol, Pinasafrol, Pinachromviolett (66) und endlich an Sehpurpur (67) vorgenommen. Diese von Weigert beobachtete und gemessene dichrometrische Farbanpassung, also eine von der Wellenlänge des einfallenden Lichtes spezifisch abhängende Änderung der Absorptionskurve läßt sich rechnerisch folgendermaßen erfassen. Bezeichnet man die parallel zur Polarisationsebene durchgelassene Lichtintensität

als $I_{\parallel}$, die senkrecht dazu durchgelassene als $I_{\perp}$ so nennt man

$$D_{\lambda} = \log \frac{I_{\perp}}{I_{\parallel}}$$

die dichrometrische Absorptionskurve, kurz dichrometrische Kurve. Strahlt man nun etwa rotes Licht ein, so ändert sich die Kurve so, daß $D_{(\lambda)}$ nur für rote Strahlen positiv ist, für alle anderen Lichter aber negativ. Strahlt man grünes Licht ein, so wird $D_{(\lambda)}$ für grüne Strahlung positiv und für alle anderen Strahlungen negativ.

Die Tatsache, daß derartige Erscheinungen nur an Kolloidgemischen auftreten, führte Weigert weiter zur Erkenntnis, daß es sich nicht um eine chemische Erscheinung handeln dürfte, sondern daß der Photodichroismus in einer mechanischen Ausrichtung der einzelnen Kolloidkörner, einer Art Mizellardeformation bestehen dürfte. Weiter zeigt sich an Gelatineemulsionen nicht allein eine Wellenlängenabhängigkeit, sondern auch das Auftreten antagonistischer Effekte, d. h. die Deformation der dichrometrischen Kurven kann durch eine Strahlung bestimmter Wellenlänge hervorgerufen, durch Strahlung anderer Wellenlänge aber ganz oder teilweise wieder rückgängig gemacht werden. Endlich besteht an den gemeinsam mit Nakashima untersuchten Sensibilatoren noch ein Einfluß der Lichtintensität derart, daß nicht bei geringen Energieintensitäten, wohl aber bei starken Intensitäten ein Zusammenhang zwischen Extinktionskurve und Intensität bemerkbar ist.

Dieselben Erscheinungen zeigen auch künstliche Netzhäute (61), d. h. Gelatinepräparate des Sehpurpurs von Fischen, Fröschen, Rindern und anderen Tieren mit geringen Abweichungen. Dabei wurde aber aus verschiedenen Gründen nicht eine Konzentration des Sehpurpurs wie auf den Stäbchen des normalen Auges, sondern nur etwa ein Dreißigstel dieser Konzentration gewählt (63). Das Absorptionsmaximum liegt bei Fischen etwa bei 550 mμ, bei Fröschen bei 530 mμ, von besonderem Einfluß auf die ganzen Erscheinungen ist die Beimengung von Cholat zum Sehpurpur. Die Ausbleichung dieser Sehpurpurpräparate erfolgt sehr rasch, dabei tritt ein zweites Absorptionsmaximum auf. Der Einfluß von rotem Licht zeitigt wesentlich andere Erscheinungen als die anderen Farben, mehrmalige Einwirkung von rotem Licht mit dazwischenliegenden Dunkelpausen führt zu einem zweiten Maximum bei 590 mμ, das aber bei einmaliger Roteinwirkung merkwürdigerweise nicht erscheint. Die Lichter wirken nicht durch ihre Farbe, sondern nur durch ihre Wellenlänge, d. h. das aus der Farbenlehre bekannte additive Gesetz gilt hier nicht.

Auf diesen kurz angedeuteten Grundlagen entwirft Weigert seine Farbentheorie, die er und andere Forscher immer an Modellversuchen mit künstlichen Netzhäuten nachprüfen. Die Hauptsätze seiner Auffassungen sind die folgenden:

1. Da die Kriessche Duplizitätstheorie und der anatomische Befund der Netzhaut starke Anhaltspunkte dafür geben, daß die farbstoff-, also auch sehpurpurfreien Zäpfchen die Träger der Farbempfindung sind, so müssen diese eine lichtempfindliche Substanz tragen, deren photochemische Empfindlichkeit ähnlich ist wie die der ja auch farblosen photographischen Schicht.
2. Die Lichteinwirkung auf die Zäpfchen erfolgt nach den Gesetzen des Photodichroismus.
3. Die lichtempfindliche Substanz der Zäpfchen ist ebenfalls der Sehpurpur, aber in sehr starker Verdünnung. Diese Ansicht wird dadurch stark gestützt, daß im allgemeinen bei photodichroitischen Substanzen die Regel gilt, daß die Prozesse bei sehr geringen Konzentrationen anders verlaufen als bei hohen. Die Tatsache, daß bei hohen Konzentrationen die Ausbleichung des Sehpurpurs und die dichroitischen Effekte mit zunehmender Belichtungsdauer, bezogen auf konstante absorbierte Lichtmenge rasch abnehmen, führt zu interessanten Folgerungen bezüglich der Duplizitätstheorie.
4. Die Übertragung des Reizes auf die Nervenenden aller Wahl erfolgt endemisch, d. h. das dichroitische Ausrichten der einzelnen Kolloidkörner wird eben als Lichtwirkung empfunden.

Sehen wir uns nun die Folgen der hier gemachten Hypothese an. Zu allererst ist die Frage von Wichtigkeit, ob die Auffassung Weigerts imstande ist, die Adaptationserscheinungen zu erklären. Daß dies der Fall ist und daß auch die oben beschriebenen Versuche von Hecht für den Sehpurpur zutreffen, ist wohl offensichtlich. Die Tatsache, daß bei hoher Konzentration ein rasches Absinken der dichroitischen Empfindlichkeit trotz konstantbleibender absorbierter Lichtmenge eintritt, führt zur Erklärung des Ausschaltens der mit hochkonzentriertem Sehpurpur belegten Stäbchen im Tageslicht. Darüber hinaus ergibt die Weigertsche Hypothese aber noch eine interessante Erklärung für die Eigenschaft des Auges, rasche Bewegungen wahrzunehmen, die auf dem Boden anderer Theorien nur schwer erklärt werden kann. Diese Bewegungen werden nach Weigert nämlich

durch die Stäbchen wahrgenommen. Denn deren Empfindlichkeit ist ja im allerersten Augenblick, wo der Lichteindruck geschieht, noch sehr hoch, sie sind also außerordentlich leicht reizbar. Diese Reizbarkeit sinkt erst dann stark ab.

Auch das Purkinjephänomen kann auf dem Boden der Weigertschen Hypothese leicht geklärt werden, ja Weigert konnte sogar an anderen Substanzen, insbesondere an Zyanin, genau denselben Effekt nachweisen. Betrachtet man nun die mit wenig konzentriertem Sehpurpur belegten Zäpfchen, so erscheint das Farbensehen als Farbanpassung des Sehpurpurs an die eingestrahlte Wellenlänge oder anders gesagt, die eingestrahlte Wellenlänge ist charakteristisch für die mechanische Strukturänderung des Netzhautkolloids und damit wäre auch die Ursache der verschiedenen Nervenreizung durch die verschiedenen Wellenlängen gegeben.

Eine große Anzahl von Arbeiten beschäftigt sich sowohl mit dem Ausbleichvorgang des Sehpurpurs bei hoher und geringer Konzentration (68, 69) als auch mit der chemischen Struktur des Sehpurpurs (70, 71, 72) und der Chemie des Ausbleichvorgangs, die Bildung des Sehgelbs (72–75). Es wird in zahlreichen Arbeiten von Wald und anderen der Zusammenhang zwischen der Sehpurpurbildung, den Karotinen und dem Vitamin A nachgewiesen (76–81). Insbesondere der letztere Zusammenhang ist nicht allein aus dem biologisch festgestellten Vitaminreichtum normaler Netzhäute, sondern auch aus den schweren Sehstörungen, die bei Vitaminmangel auftreten, ersichtlich. Die chemischen Befunde ergeben eine starke Stütze der Weigertschen Theorie, jedoch kann in Anbetracht des für diesen Bericht zur Verfügung stehenden begrenzten Raumes auf diese Arbeiten nicht eingegangen werden, und es sei auf die diesbezügliche in den Anmerkungen 60–88 angegebene Literatur verwiesen. Weigert und Nakashima haben auch ihre künstlichen Netzhäute, die Sehpurpur-Gelatineemulsionen auf ihre Farbentüchtigkeit hin untersucht (83). Sie finden, daß die mit einfarbigem Licht hervorgerufenen dichroitischen Kurven im Dunkeln in wenigen Sekunden ihre Form vollständig verändern, es entsteht dabei eine Nachwirkungskurve, die merkwürdigerweise große Ähnlichkeit mit der durch weißes Licht erzeugten Kurve besitzen. Im Gegensatz zu den andern Farben ändern sich die durch rotes Licht erzeugten Kurven aber nur sehr langsam. Daraus läßt sich eine Erklärung für manche Nachbildererscheinungen, insbesondere für eine Verschiedenheit der durch Rot und der durch die übrigen Farben erzeugten Nachbilder geben. Die Farbentüchtigkeit der künstlichen Netzhäute zeigt sich darin, daß Licht der gelben Wellenlänge 590 und durch Kaliumbichromatlösung gefiltertes weißes Licht, die uns in der gleichen Farbe erscheinen, auch bei den künstlichen Netzhäuten dieselben dichrometrischen Spitzen ergibt. Endlich, und dies ist wohl eine der wesentlichsten Tatsachen der Theorie, konnte Weigert zeigen (84), daß man auch bei anderen lichtempfindlichen Substanzen, wie etwa den photographischen Schichten, ein Analogon zur Dreifarbenmischregel finden kann. Es zeigt sich nämlich, daß sich die dichrometrische Kurve für eine bestimmte Wellenlänge, also etwa für ein bestimmtes Gelb, durch additive Zusammensetzung der dichrometrischen Kurven für drei Grundfarben, etwa ein bestimmtes Rot, ein Grün und ein Violett erzeugen läßt[1]).

Die Weigertsche Theorie hat viel Bestechendes für sich. Allerdings sei nicht verhehlt, daß sie auch mit ziemlichen Schwierigkeiten, besonders bezüglich der Erklärung der Farbenblindheit als auch der binokularen Farbenmischung, zu kämpfen hat.

Zum Schluß sei, um einem häufig geäußerten Mißverständnis vorzubeugen, noch bemerkt, daß die Weigertsche Theorie nicht etwa eine Weiterbildung oder gar eine besondere photochemische Form der Young-Helmholtzschen Theorie ist. Die wesentlichen Unterschiede der beiden Theorien liegen wohl klar auf der Hand. Denn während für Young-Helmholtz die Erzeugung jeder Farbe aus drei Grundfarben eine der wesentlichsten Grundlagen ist – nach dieser Theorie wirken auch die drei Grundfarben in irgendeiner Form spezifisch auf den Sehnerv und die Mischfarbe entsteht durch das Verhältnis der drei Grundfarbenanteile –, ist für die Weigertsche Auffassung grundsätzlich jede Wellenlänge gleichberechtigt. Denn jede Wellenlänge erzeugt ihre Farbanpassungskurve und wirkt somit spezifisch auf den Sehnerv. Die Dreifarbenmischregel, die für Young-Helmholtz die wichtigste Grundlage war, ist für Weigert nur eine nebensächlich auftretende Folgeerscheinung, die dadurch bedingt ist, daß die dichrometrische Kurve einer bestimmten Farbe sich aus drei Grundkurven zusammensetzen läßt. Es erscheint dann auch begreiflich, wenn man in der Mischfarbe die Grundfarben nicht sehen kann, wie es ja von seiten der Psychologen als Einwand gegen die Young-Helmholtzsche Auffassung gern behauptet wird. In einer kürzlich erschienenen Mitteilung versucht Eber (87) die Weigertsche und die Hechtsche (15) Anschauung zu vereinen.

1) Dieser Beweis ist Weigert für andere Farben, besonders für Weiß, nicht gelungen.

d) Andere Farbentheorien.

Außer den hier aufgezählten Farbentheorien existieren noch weitere, von denen aber nur die Theorie des englischen Psychophysikers Edridge-Green (88, 89) eine gewisse Bedeutung erlangt hat. Nach dieser Theorie, die nach der Ansicht ihres Verfassers, der als Leiter eines englischen psychotechnischen Laboratoriums eine große Praxis in Farbenblindheitsuntersuchungen besitzt, sollen nur die Zäpfchen als lichtempfindliche Organe wirken, den Stäbchen kommt lediglich eine Rolle als Verteiler des Sehpurpurs zu. Helligkeits- und Farbenwahrnehmung geschehen vollkommen getrennt in verschiedenen Gehirnzellen. Farbenblindheit wird als Fehlen der Farbrezeptoren gedeutet, was auch von anatomischer Seite bestätigt wird. Eine besondere Stütze sollen der Hypothese jene abnormalen Personen geben, die imstande sind, überhaupt nur drei Farbtöne wahrzunehmen, weiter die Erfahrung, daß zwar 90 Proz. aller Farbenblinden die Mischungen des Normalfarbentüchtigen anerkennen, daß das Umgekehrte aber niemals der Fall ist [vgl. auch (1, 90)].

Von Interesse ist auch ein Versuch von J. Joly (91, 92) auf quantentheoretischem Boden, nämlich mittels lichtelektrischer Reizung der Sehnerven eine Erklärung des Farbensehens zu geben. Allerdings stößt dieser Versuch in seinen weiteren Folgerungen auf grundsätzliche Schwierigkeiten, so daß er nicht mehr verfolgt wurde.

Mit photokinetischer, d. h. mechanischer Bewegung der den Stäbchen und Zäpfchen der Netzhaut vorgelagerten Pigmentkörnerschicht versucht Pospišil (93) eine Theorie des Sehens zu geben. Es sind dabei die Stäbchen und Zäpfchen, die ja merkwürdigerweise nicht die letzte, sondern die vorletzte Schicht der Netzhaut bilden, nichts anderes als feine Fühlorgane auf die Bewegungen dieser Pigmentkörner. Einige Erscheinungen des Sehens, wie die Irradiation usw., lassen sich auf diesem Wege leicht erklären. Im übrigen ist die Hypothese aber noch nicht weiter untersucht.

In ähnlicher Weise versucht S. R. Cook (94) mit Hilfe einer Art elektromagnetischer Schwingungskreise das Farbensehen als einen „abgestimmten Radioempfang" zu rechnen.

Andere fast ausschließlich bestimmte Gebiete der Farbempfindungen erklärende Hypothesen, wie die von C. A. Rinde (95), der aus Messungen der Farbempfindlichkeit der Netzhaut festzustellen glaubt, daß es vier Wellenlängengebiete gäbe, für die eine spezifische Netzhautempfindlichkeit festzustellen ist (96) und der fünf primäre Farbempfindungen annimmt, seien nur erwähnt.

II. Die theoretischen Grundlagen des Farbenmessens.

Wie bereits erwähnt, baut sich die Farbenmessung auf der Rayleighschen Gleichung, bzw. auf den Graßmannschen Mischregeln oder anders ausgedrückt, auf der Tatsache auf, daß jede Farbe aus drei Grundfarben erzeugt werden kann. Solange es sich dabei um das rein Reizmäßige handelt, kann man auch drei voneinander vollkommen unabhängige Merkmale finden und definieren. Dies gelingt in einem solchen Ausmaß, daß manche, wie etwa Maisel (18), diese Merkmale überhaupt frei von jeder Reizmetrik als rein physikalische Größen definieren wollen. Es ist dies aber sicher ein Irrtum insofern, als man es ja nicht mit rein physikalischen Größen zu tun hat und auch der Ersatz des Auges durch etwa drei lichtelektrische Zellen daran nichts ändert, weil ja diese Zellen zuerst einmal am Auge geeicht werden müssen. Etwas anderes ist natürlich die Behandlung dieser Frage in der praktischen Meßtechnik, worüber noch unten auf S. 547 gesprochen werden soll.

1. Das Farbendreieck (6, 17, 97).

Seit Maxwell und Helmholtz wählt man zur Darstellung der Dreifarbenmischregel ein Dreieck, in dessen Eckpunkten die drei Grundfarben, jede mit einem gewissen Gewicht versehen, angenommen sind. Die Orte aller übrigen Farben werden dann durch projektive, d. h. Plückersche Koordinaten von den drei Dreiecksseiten gezählt. Die Dreieckkoordinaten sind also nur Verhältniszahlen, da man ja in der Ebene nur zwei voneinander unabhängige Bestimmungsstücke verwenden kann. Sie werden so normiert, daß ihre Summe $x + y + z = 1$ gesetzt wird. Die Koordinaten sind dann positiv, wenn zum Meßpunkt von der Dreiecksseite in der Richtung nach dem Dreieckinnern gezählt werden muß, andernfalls negativ. Im weitern wird das Dreieck fast immer als gleichseitig angenommen und der Weißpunkt in den Schwerpunkt gelegt. Die Koordinaten des Weißpunktes sind also alle drei gleich groß, nämlich $x = y = z = 0{,}3333$. Die Normierung erreicht man einfach dadurch, daß man den drei Ablesungen des Farbenmischapparates, den Eichbeträgen durch die Gleichungen

$$\bar{x} = \frac{x}{x+y+z}, \quad \bar{y} = \frac{y}{x+y+z}, \quad \bar{z} = \frac{z}{x+y+z}$$

die Eichanteile, d. h. die Dreieckkoordinaten $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$, bildet.

Die Darstellung im Farbendreieck ist natürlich nicht imstande, schon alle drei Merkmale

einer Farbe, nämlich Farbton, Sättigung und Leuchtdichte oder irgendwelche andere drei unabhängige Merkmale zu geben, da ja nur zwei unabhängige Koordinaten auf diese Weise festgelegt werden können. Die dritte Meßgröße, normalerweise die Leuchtdichte, wird daher anders bestimmt.

Von diesem Ausgangsdreieck geht man auf ein weiteres über, das so gelegt wird, daß alle Spektralfarben in seinem Innern liegen. Über die nähere Form dieses neuen Dreiecks ist grundsätzlich nichts auszusagen, seine Wahl liegt daher vollkommen frei.

Diese Wahlfreiheit erlaubt die Berücksichtigung der folgenden vier Grundsätze für die Eckpunkte des Farbendreiecks (17, 98):

1. Das Farbendreieck soll so beschaffen sein, daß alle reellen Farben in seinem Innern liegen. Unter reellen Farben versteht man dabei alle Farben, die durch Mischung von Spektralfarben entstehen können ausschließlich der durch Sukzessivkontrast oder Ermüdung des Auges durch einen bestimmten Farbton (beispielsweise gesättigtes Grün, das nach längerem Aufenthalt beim roten Licht der Lampe einer photographischen Dunkelkammer gesehen wird) entstehen. Diese letztgenannten Kontrastfarben sind im Durchschnitt gesättigter als die Spektralfarben und erfüllen größtenteils den Raum zwischen der Spektralkurve und den Dreiecksseiten. Hingegen sollen die „unechten" Farben, d. h. die durch Simultankontrast und verschiedene Helligkeit entstehenden Farbreize, wie Braun, Schwarz, Olivgrün usw. unberücksichtigt bleiben.
2. Das Farbendreieck soll unserem natürlichen Lichtempfinden möglichst entsprechen, d. h. man soll aus der Einzeichnung eines Farbpunktes auch sein ungefähres Aussehen hinsichtlich Farbton und Sättigung sofort ablesen können. Da normalerweise der Weißpunkt als Dreieckschwerpunkt (Dreieckmittelpunkt) gewählt wird, so heißt das, daß die gesättigten Farben mehr gegen den Rand des Dreiecks zu liegen sollen. Dieser Forderung wird am besten entsprochen durch alle jene Dreiecke, die sich einer Farbentheorie besonders anlehnen (Königsches Grundempfindungsdreieck), weniger aber durch das Dreieck der IBK., worüber noch weiter unten gesprochen werden soll.
3. Die Eckpunkte bzw. Dreieckkoordinaten sollen so gewählt sein, daß man mit Hilfe der ihnen angehängten Gewichte einfache Beziehungen für die dritte Farbmeßgröße, die Leuchtdichte (Helligkeit), erhalten kann.
4. Die Dreieckdarstellung soll den psychologischen Gesetzmäßigkeiten hinsichtlich Gleichwertigkeit und Abstand der Farbpunkte usw. Genüge leisten.

a) Das Farbendreieck nach König und Ives.

Arthur König hat entsprechend der Young-Helmholtzschen Theorie als Grundreize [Grundempfindungen nach der Bezeichnung von König und Dieterici (99)] die drei Fehlfarben der partiell Farbenblinden (Dichromaten) gewählt. Diese Fehlfarben liegen auf geraden Linien, welche man erhält, wenn man den Weißpunkt mit den drei Spektralfarben, die diesen Fehlfarben farbtongleich sind, verbindet. Infolge der Meßschwierigkeiten an Farbenblinden ist die Lage dieser farbtongleichen Wellenlängen nicht sehr genau festgelegt. König und Exner nehmen an, daß der Rotblinde einen Purpurton nahe dem roten Spektralende, der Violettblinde aber bei etwa 4750 und der Grünblinde bei 5080 AE farblos entsprechend ihrer Fehlfarbe sehen. Nach den genaueren Messungen von Ives (30, 31) sind hingegen die drei Farbtöne rotes Spektralende, d. h. Grenze gegen Rotpurpur, also etwa 6800 bis 7600, 5000 als Grün und 4410 als Violettfehlfarbe anzunehmen. Daß der Grünblinde bzw. der Violettblinde jene Stelle des Spektrums, die ihre Fehlfarbe bedeutet, weiß und nicht überhaupt nicht sieht, rührt davon her, daß diese Spektralfarben sehr ungesättigt sind und daß infolgedessen die beiden andern verbleibenden Grundreize in ihrer Summe „Weiß" ergeben. Wegen der geringen Sättigung im Grün und Blau verläuft die Spektralkurve auch sehr weit im Innern des Farbendreiecks und berührt nur in den stark gesättigten Endfarben des Spektrums, im Rot und Violett, die Dreieckseiten.

Auffallend ist die von Exner beschriebene Beobachtung (100), daß die Farbtöne der drei Fehlfarben auch mit den Farbtönen der drei schönsten und wertvollsten Edelsteine, vom Diamant abgesehen, nämlich des Rubins, des Smaragds und des Saphirs, sowie der schönst gefärbten Teppiche und Blumen (101) nach Haschek (14) auch der Madonnenbilder mit ziemlicher Genauigkeit übereinstimmen. Man hat diese Beobachtung nicht mit Unrecht als wichtige Stütze der Young-Helmholtzschen Theorie angeführt. Die Wahl der Eckpunkte im Farbendreieck gestattet bekanntlich auch die Darstellung der sogenannten Königschen Grundempfindungskurven (heute Grundreizkurven).

b) Das Farbendreieck der IBK. (102, 103).

Die Internationale Beleuchtungstechnische Kommission hat auf ihrem Kongreß in Cambridge 1931 ein anderes System von Eckfarben beschlossen. Es werden als die drei Eckpunkte des Farbendreiecks drei virtuelle Ecklichter gewählt, die folgendermaßen beschaffen sind. Die Eichlichter X und Z (Rot und Violett) sollen nicht zur Helligkeitsempfindung beitragen. Die Leuchtdichte (Helligkeit) soll vielmehr einzig und allein durch den Reiz Y (Grünreiz) hervorgerufen werden. Dieses Farbendreieck unterscheidet sich vom Königschen in doppelter Weise, nämlich einmal dadurch, daß die Farbtöne für die Grundreize nicht übereinstimmen — der Grundreiz 508 = Grünreiz bei König entspricht dem Grundreiz 521 der IBK. —, dann aber auch dadurch, daß bei König jeder der drei Grundfarben alle drei Merkmale, Farbton, Sättigung und Helligkeit, zukommen, während beim System der IBK., wie schon erwähnt, nur der Y-Reiz alle drei Merkmale hat. Die Definition der Eichreize erfolgt durch die folgenden drei Gleichungen:

$$\begin{aligned}
\text{Spektralfarbe} &= 7000\,\text{AE} = 0{,}73467\,X + 0{,}26533\,Y + 0{,}00000\,Z\\
Hg\text{-Linie} \;\;,, &= 5461\,\text{AE} = 0{,}27376\,X + 0{,}71741\,Y + 0{,}00883\,Z\\
Hg\text{-Linie} \;\;,, &= 4358\,\text{AE} = 0{,}16658\,X + 0{,}00883\,Y + 0{,}82456\,Z
\end{aligned}$$

und außerdem die Gleichung für die Normallichtquelle B

$$B = 0{,}34842\,X + 0{,}35161\,Y + 0{,}29997\,Z.$$

Das System unterscheidet drei Normallichtquellen, von denen die eine ungefähr die Farbe des Glühlampenlichtes (Lichtquelle A), die zweite, bestehend aus einer Glühlampe und einem Flüssigkeitsfilter nach Davis und Gibson (104), die Farbe des Himmelslichtes bei bedecktem Himmel = Schwarzer Körper von 5000° Kelvin (Lichtquelle B) und die dritte die des Sonnenlichtes (Lichtquelle C) besitzt. Diese drei Lichtquellen sind wie folgt bestimmt:

Normallichtquelle A:

Gasgefüllte Wolframglühlampe, eingestellt auf eine Farbtemperatur von 2848° K.

Normallichtquelle B:

Glühlampe wie bei A, jedoch mit vorgesetztem Filter nach Davis-Gibson (siehe unten) (erzielte Farbtemperatur etwa 4800° K).

Normallichtquelle C:

Glühlampe wie bei A, jedoch mit vorgesetztem Filter nach Davis-Gibson (siehe unten) (erzielte Farbtemperatur etwa 6000° K.).

Normallichtquelle B („normales Tageslicht") ist in erster Linie zu verwenden, die anderen beiden nur in besonderen Fällen. Auf andere Lichtquellen darf nur ausnahmsweise bezogen werden.

Zusammensetzung der Davis-Gibson-Filter zur Erzeugung der Normallichtquellen B und C.

Die Filter nach Davis-Gibson bestehen aus zwei Küvetten aus optischem Glas für eine Schichtdicke von je 10 mm. In beide Küvetten kommt je eine Lösung folgender Zusammensetzung:

1. Lösung	Lichtquelle B	Lichtquelle C
Kupfersulfat	2,452 g	3,412 g
Mannit	2,452 g	3,412 g
Pyridin	30,0 cm³	30,0 cm³

Die Lösung wird mit destilliertem Wasser auf 1000,0 cm³ aufgefüllt.

2. Lösung	Lichtquelle B	Lichtquelle C
Kobaltammoniumsulfat	21,71 g	30,58 g
Kupfersulfat	16,11 g	22,52 g
Schwefelsäure (spez. Gew. 1,835) .	10,0 cm³	10,0 cm³

Die Lösung wird mit destilliertem Wasser auf 1000,0 cm³ aufgefüllt.

Die Haltbarkeit der ersten Lösung ist beschränkt; sie muß nach 2–3 Monaten neu angesetzt werden.

Mit Hilfe der für das Dreieck seitens der IBK. angegebenen Definitionsgleichungen kann man dann ähnlich wie auch König und Dieterici für ihr Dreieck getan haben, eine Spektrumseichung vornehmen. Diese Eichung zeigt natürlich individuelle Verschiedenheiten auch bei den normal farbenempfindlichen Personen. Die IBK. hat deshalb einen Mittelwert für die Spektrumseichung aus den drei Normalfarben 700, 546 und 430 mμ bestimmt, der in der nachfolgenden Tabelle I angegeben ist. Dabei sind die Koordinaten r, g und b nicht die direkten Anteile,

sondern aus diesen durch die schon erwähnte Umrechnung auf die Summe 1, also

$$\bar{r} = \frac{r}{r+g+b},$$

$$\bar{g} = \frac{g}{r+g+b},$$

$$\bar{b} = \frac{b}{r+g+b}$$

gebildet (die ungestrichenen Größen sind dann die wahren Mengen der drei Eichreize). Die Helligkeiten der Eichreize müssen dabei im Verhältnis

$$\bar{r} : \bar{g} : \bar{b} = 1 : 4{,}5907 : 0{,}0601$$

stehen. Die hier angegebenen Werte stammen ursprünglich aus der Arbeit von Guild (105), Smith und Wright (106, 107).

Um nun von diesem Eichreizsystem, das ja wegen seiner Verwendung von drei Spektralfarben als Eichreize noch, wie man sieht, teilweise negative Koordinaten besitzt, auf das eigentliche IBK.-System überzugehen, muß man die drei oben angegebenen Definitionsgleichungen für die Eichreize und die für das Normalweiß (Lichtquelle *B*) verwenden. Dann ergeben sich natürlich auch für die Spektralwellenlängen entsprechende Farbkoordinaten. Diese sind dargestellt in Tabelle II für den Strahler konstanter Energieverteilung und in Tabelle III für die Normallichtquelle *B*. Die Eichwerte sind dann wieder so zu normieren, daß ihre Summe 1 ergibt. Die Integralwerte über die einzelnen Farbkoordinaten müssen dann definitionsgemäß für das Normalweiß, d. h. den Strahler konstanter Energieverteilung sich so wie

$$\bar{x} : \bar{y} : \bar{z} = 0{,}3333 : 0{,}3333 : 0{,}3333$$

verhalten. Die Lichtquelle *B* weicht etwas ab, jedoch liegt diese Abweichung, wie man aus der Tabelle III ersieht, kaum wesentlich außerhalb der für praktische Messungen erreichbaren Fehlergrenze.

Sowohl im Königschen als im IBK.-System handelt es sich bei den Farbkoordinaten um Relativwerte, denn das Zahlentripel der Dreieckskoordinaten ist ja nur bis auf einen konstanten Faktor bestimmt. Im IBK.-System wählt man jedoch diesen so, daß die *Y*-Koordinaten genau die Leuchtdichte der zu untersuchenden Farbe darstellen.

Gegen die Aufstellung beider bisher besprochener Farbendreiecke sind Einwände erhoben worden. Das Königsche Dreieck ist in der Wahl seiner Grundreize in engen Zusammenhang mit der Young-Helmholtzschen Theorie

Tabelle I.

Anteile der Spektralfarben an den drei Eichreizen = 7000 (*r*), 5461 (g), und 4358 (*b*).

Wellenlänge	$\bar{r}$	$\bar{g}$	$\bar{b}$
380	0,0272	−0,0115	0,9843
385	0,0268	−0,0114	0,9846
390	0,0263	−0,0114	0,9851
395	0,0256	−0,0113	0,9857
400	0,0247	−0,0112	0,9865
405	0,0237	−0,0111	0,9874
410	0,0225	−0,0109	0,9884
415	0,0207	−0,0104	0,9897
420	0,0181	−0,0094	0,9913
425	0,0142	−0,0076	0,9934
430	0,0088	−0,0048	0,9960
435	0,0012	−0,0007	0,9995
440	−0,0084	0,0048	1,0036
445	−0,0213	0,0120	1,0093
450	−0,0390	0,0218	1,0172
455	−0,0618	0,0345	1,0273
460	−0,0909	0,0517	1,0392
465	−0,1281	0,0762	1,0519
470	−0,1821	0,1175	1,0646
475	−0,2584	0,1840	1,0744
480	−0,3667	0,2906	1,0761
485	−0,5200	0,4568	1,0632
490	−0,7150	0,6996	1,0154
495	−0,9459	1,0247	0,9212
500	−1,1685	1,3905	0,7780
505	−1,3182	1,7195	0,5987
510	−1,3371	1,9318	0,4053
515	−1,2076	1,9699	0,2377
520	−0,9830	1,8534	0,1296
525	−0,7386	1,6662	0,0724
530	−0,5159	1,4761	0,0398
535	−0,3304	1,3105	0,0199
540	−0,1707	1,1628	0,0079
545	−0,0293	1,0282	0,0011
550	0,0974	0,9051	−0,0025
555	0,2121	0,7919	−0,0040
560	0,3164	0,6881	−0,0045
565	0,4112	0,5932	−0,0044
570	0,4973	0,5067	−0,0040
575	0,5751	0,4283	−0,0034
580	0,6449	0,3579	−0,0028
585	0,7071	0,2952	−0,0023
590	0,7617	0,2402	−0,0019
595	0,8087	0,1928	−0,0015
600	0,8475	0,1537	−0,0012
605	0,8800	0,1209	−0,0009
610	0,9059	0,0949	−0,0008
615	0,9265	0,0741	−0,0006
620	0,9425	0,0580	−0,0005
625	0,9559	0,0454	−0,0004
630	0,9649	0,0354	−0,0003
635	0,9730	0,0272	−0,0002
640	0,9797	0,0205	−0,0002
645	0,9850	0,0152	−0,0002
650	0,9888	0,0113	−0,0001
655	0,9918	0,0083	−0,0001
660	0,9940	0,0061	−0,0001
665	0,9954	0,0047	−0,0001
670	0,9966	0,0035	−0,0001
675	0,9975	0,0025	−0,0000
680	0,9984	0,0016	0,0000
685	0,9991	0,0009	0,0000
690	0,9996	0,0004	0,0000
695	0,9999	0,0001	0,0000

Tabelle I (Fortsetzung).

Wellenlänge	$\bar{r}$	$\bar{g}$	$\bar{b}$
700	1,0000	0,0000	0,0000
705	1,0000	0,0000	0,0000
710	1,0000	0,0000	0,0000
715	1,0000	0,0000	0,0000

Für die Wellenlängen zwischen 700 und 780 gelten dieselben Werte wie für 700.

Tabelle II.
Normalreizbeträge des energiegleichen Spektrums.

Wellenlänge	$\bar{r}$	$\bar{g}$	$\bar{b}$
380	0,0014	0,0000	0,0065
385	0,0022	0,0001	0,0105
390	0,0042	0,0001	0,0201
395	0,0076	0,0002	0,0362
400	0,0143	0,0004	0,0679
405	0,0232	0,0006	0,1102
410	0,0435	0,0012	0,2074
415	0,0776	0,0022	0,3713
420	0,1344	0,0040	0,6456
425	0,2148	0,0073	1,0391
430	0,2839	0,0116	1,3856
435	0,3285	0,0168	1,6230
440	0,3483	0,0230	1,7471
445	0,3481	0,0298	1,7826
450	0,3362	0,0380	1,7721
455	0,3187	0,0480	1,7441
460	0,2908	0,0600	1,6692
465	0,2511	0,0739	1,5281
470	0,1954	0,0910	1,2876
475	0,1421	0,1126	1,0419
480	0,0956	0,1390	0,8130
485	0,0580	0,1693	0,6162
490	0,0320	0,2080	0,4652
495	0,0147	0,2586	0,3533
500	0,0049	0,3230	0,2720
505	0,0024	0,4073	0,2123
510	0,0093	0,5030	0,1582
515	0,0291	0,6082	0,1117
520	0,0633	0,7100	0,0782
525	0,1096	0,7932	0,0573
530	0,1655	0,8620	0,0422
535	0,2257	0,9149	0,0298
540	0,2904	0,9540	0,0203
545	0,3597	0,9803	0,0134
550	0,4334	0,9950	0,0087
555	0,5121	1,0002	0,0057
560	0,5945	0,9950	0,0039
565	0,6784	0,9786	0,0027
570	0,7621	0,9520	0,0021
575	0,8425	0,9154	0,0018
580	0,9163	0,8700	0,0017
585	0,9786	0,8163	0,0014
590	1,0263	0,7570	0,0011
595	1,0567	0,6949	0,0010
600	1,0622	0,6310	0,0008
605	1,0456	0,5668	0,0006
610	1,0026	0,5030	0,0003
615	0,9384	0,4412	0,0002
620	0,8544	0,3810	0,0002
625	0,7514	0,3210	0,0001

Tabelle II (Fortsetzung).

Wellenlänge	$\bar{r}$	$\bar{g}$	$\bar{b}$
630	0,6424	0,2650	0,000
635	0,5419	0,2170	0,000
640	0,4479	0,1750	0,000
645	0,3608	0,1382	0,000
650	0,2835	0,1070	0,000
655	0,2187	0,0816	0,000
660	0,1649	0,0610	0,000
665	0,1212	0,0446	0,000
670	0,0874	0,0320	0,000
675	0,0636	0,0232	0,000
680	0,0468	0,0170	0,000
685	0,0329	0,0119	0,000
690	0,0227	0,0082	0,000
695	0,0158	0,0057	0,000
700	0,0114	0,0041	0,000
705	0,0081	0,0029	0,000
710	0,0058	0,0021	0,000
715	0,0041	0,0015	0,000
720	0,0029	0,0010	0,000
725	0,0020	0,0007	0,000
730	0,0014	0,0005	0,000
735	0,0010	0,0004	0,000
740	0,0007	0,0003	0,000
745	0,0005	0,0002	0,000
750	0,0003	0,0001	0,000
755	0,0002	0,0001	0,000
760	0,0002	0,0001	0,000
765	0,0001	0,0000	0,000
770	0,0001	0,0000	0,000
775	0,0000	0,0000	0,000
780	0,0000	0,0000	0,000

Tabelle III.
Normalreizbeträge für die IBK-Lichtquelle *B*, d. h. für Glühlampe 2848° Kelvin mit vorgeschaltetem Gibson-Tyndallfilter.

Wellenlänge	$\bar{r}$	$\bar{g}$	$\bar{b}$
380	0,0015	0,0000	0,0070
385	0,0028	0,0001	0,0135
390	0,0063	0,0001	0,0301
395	0,0131	0,0003	0,0626
400	0,0282	0,0008	0,1340
405	0,0517	0,0013	0,2455
410	0,1083	0,0030	0,5163
415	0,2139	0,0061	1,0236
420	0,4058	0,0121	1,9495
425	0,7017	0,0238	3,3944
430	0,9916	0,0405	4,8394
435	1,2134	0,0621	5,9951
440	1,3446	0,0888	6,7448
445	1,3878	0,1188	7,1067
450	1,3718	0,1551	7,2308
455	1,3229	0,1993	7,2399
460	1,2269	0,2531	7,0422
465	2,0807	0,3181	6,5769
470	0,8589	0,4000	5,6599
475	0,6365	0,5044	4,6670
480	0,4348	0,6323	3,6980
485	0,2667	0,7784	2,8332
490	0,1475	0,9590	2,1449
495	0,0672	1,1826	1,6156
500	0,0221	1,4538	1,2242
505	0,0106	1,7976	0,9370

Tabelle III (Fortsetzung).

Wellenlänge	–	$\bar{g}$	$\bar{b}$
510	0,0403	2,1798	0,6856
515	0,1246	2,6052	0,4785
520	0,2707	3,0361	0,3344
525	0,4735	3,4272	0,2476
530	0,7291	3,7973	0,1859
535	1,0186	4,1292	0,1345
540	1,3445	4,4168	0,0940
545	1,7042	4,6445	0,0635
550	2,0915	4,8016	0,0420
555	2,5006	4,8840	0,0278
560	2,9200	4,8872	0,0192
565	3,3360	4,8122	0,0133
570	3,7359	4,6669	0,0103
575	4,1019	4,4568	0,0088
580	4,4218	4,1984	0,0082
585	4,6790	3,9030	0,0067
590	4,8644	3,5880	0,0052
595	4,9701	3,2684	0,0047
600	4,9736	2,9546	0,0037
605	4,8999	2,6561	0,0028
610	4,7185	2,3672	0,0014
615	4,4413	2,0882	0,0009
620	4,0700	1,8149	0,0009
625	3,6031	1,5392	0,0005
630	3,1000	1,2788	0,0000
635	2,6296	1,0530	0,0000
640	2,1871	0,8545	0,0000
645	1,7765	0,6804	0,0000
650	1,4074	0,5312	0,0000
655	1,0929	0,4078	0,0000
660	0,8273	0,3060	0,0000
665	0,6085	0,2239	0,0000
670	0,4381	0,1604	0,0000
675	0,3177	0,1159	0,0000
680	0,2323	0,0844	0,0000
685	0,1617	0,0585	0,0000
690	0,1102	0,0398	0,0000
695	0,0758	0,0273	0,0000
700	0,0540	0,0194	0,0000
705	0,0378	0,0135	0,0000
710	0,0267	0,0097	0,0000
715	0,0185	0,0068	0,0000
720	0,0129	0,0044	0,0000
725	0,0087	0,0030	0,0000
730	0,0060	0,0021	0,0000
735	0,0042	0,0017	0,0000
740	0,0029	0,0012	0,0000
745	0,0020	0,0008	0,0000
750	0,0012	0,0004	0,0000
755	0,0008	0,0004	0,0000
760	0,0008	0,0004	0,0000
765	0,0004	0,0000	0,0000
770	0,0004	0,0000	0,0000
775	0,0000	0,0000	0,0000
780	0,0000	0,0000	0,0000

Integralwerte: 99,0930 : 100,0000 : 85,3125 = 34,842 : 35,161 : 29,997.

gebracht und dadurch nicht vollkommen von den Annahmen dieser Theorie wenigstens in ideologischer Hinsicht unabhängig. Das IBK.-Dreieck wurde absichtlich ohne jede farbentheoretische Grundlage um möglichst einfacher Rechenregeln willen aufgestellt. Dennoch wurde auch daran von verschiedenen Seiten schwerwiegende Kritik geübt. So wird vom IBK.-Dreieck behauptet, daß das System den natürlichen Verhältnissen insbesondere bezüglich der Farbsättigung nicht

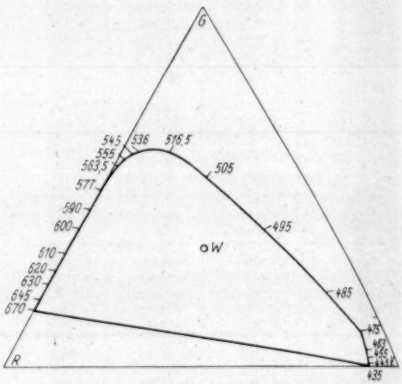


Fig. 1. Farbendreieck nach König und Ives.

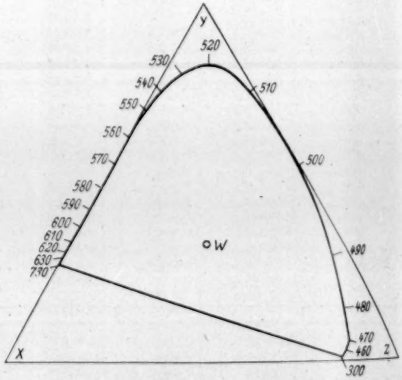


Fig. 2. Farbendreieck der Internationalen Beleuchtungskommission.

entspräche. Denn während man im Königschen System sofort die hohe Sättigung der roten und violetten Spektraltöne aus ihrem geringen Abstand und die geringe Sättigung der grünen Farbtöne aus ihrem hohen Abstand von den zugehörigen Dreieckseiten ablesen kann, geht dieser einfache Zusammenhang wegen der ungünstigen Wahl des Farbtones des Y-Reizes im IBK.-System verloren (vgl. Fig. 1 und 2 und die

in diesen Abbildungen eingezeichneten Spektralkurven). Die grünen Farben erscheinen uns als Punkte im Farbendreieck im ersten Augenblick als wesentlich stärker gesättigt als die violetten. Eine weitere Anzahl von Einwänden gegen das IBK.-System erheben Houston und Younger (108). Nach ihrer Ansicht und nach einer weiteren Mitteilung Houstons (109) ist das System unverständlich und die Messung nach seinen Angaben mancherlei Fehlerquellen unterworfen. Die Vorstellung, daß von den drei elementaren Farbreizen zwei, nämlich X und Z zur Helligkeitsempfindung nicht beitragen sollen, ist besonders den physikalisch weniger gebildeten Kreisen, die sich auch mit praktischer Farbmessung beschäftigen, sehr schwer verständlich. Die Tatsache, daß man zu einem grünen Licht ein zweites rotes dazufügt, das keine Leuchtdichte besitzt, aber dennoch eine so bedeutende Änderung der übrigen Farbeigenschaften hervorruft, erscheint geradezu paradox. Außerdem können bei der trichromatischen Kolorimetrie (siehe unten), d. h. bei der Herstellung einer zu messenden Farbe durch Mischung von drei Eichfarben bedeutende Fehler begangen werden, die darin liegen, daß es eine Menge von Menschen mit abnormalem Farbensystem gibt, die auch noch durch die Farbprüfung, die das IBK.-System vorschreibt, ungehindert passieren. Houston teilt die Menschen in dieser Hinsicht in vier Kategorien ein:

1. Normalfarbentüchtige Beobachter, die dem IBK.-System Genüge leisten.
2. Farbenblinde Personen, d. i. etwa 5 Proz. aller Menschen.
3. Abnormale Beobachter, die sich von den normalen dadurch unterscheiden, daß sie bei der Bestimmung der Lichtquelle B des IBK.-Systems einen anderen Wert für die Farbkoordinaten herausbekommen als den vorgeschriebenen Sollwert. Diese Beobachter verhalten sich bei allen Prüfungen auf Farbenblindheit gleich wie die Normalen, sie fallen also keinesfalls auf irgendeine andere Weise gegenüber dem Normalen auf. Es läßt sich aber bei ihnen eine Transformation des Koordinatensystems so vornehmen, daß die Gesetze für das IBK.-System ohne weiteres angewendet werden können. Das geschieht dadurch, daß man die Lichtquelle B durch eine andere Lichtquelle (im speziellen Fall von Houston, der zu diesen Personen gehört, durch eine Glühlampe mit vorgeschaltetem Wrattenfilter) ersetzen, bzw. für die Farbenmessung eine Filterbrille benutzen muß.
4. Dieser Typ von Beobachtern verhält sich genau so wie der Typ 3, nur mit dem Unterschied, daß es für ihn keine Transformationsmöglichkeit in das Farbendreieck der IBK. gibt.

Diese letztere Art von Personen, die ebenfalls allen Farbenblindheitsmessungen entgehen und im guten Glauben schwere Meßfehler begehen, hält Houston für besonders gefährlich. Sie ist im übrigen auch sehr verbreitet. Unter 66 Personen, bei denen Wright die Grundreizkurven bzw. die trichromatischen Koeffizienten für die Normallichtquelle bestimmt hat, sind 7 mit vollkommen abnormalem Farbensystem (107). Coblentz und Emerson (110) finden unter 130 zur Farbenmessung herangezogenen Personen 7 Farbenblinde und 123 Normale. Unter diesen 123 Normalen entsprechen aber nur 29 genau, 7 weitere in genäherten Grenzen der von der IBK angegebenen Kurve des Normalbeobachters. 26 Personen sind etwas zu rotempfindlich, 13 etwas zu grün- und 20 etwas zu blauempfindlich, 17 sind wesentlich unternormal rotempfindlich und 11 wesentlich unternormal blauempfindlich. Die Zahl der unter die Punkte 3 und 4 der Houstonschen Einteilung fallenden Personen ist also gar nicht so selten. Dazu kommt, daß Abweichungen nicht allein in der reinen Farbenempfindlichkeit, sondern auch in der Helligkeitsempfindlichkeit (Abweichungen von der internationalen Hellempfindlichkeitskurve für Zäpfchensehen = Ivessche Kurve) vorkommen. Houston empfiehlt daher, das IBK.-System noch dadurch zu ergänzen, daß man die Farbkoordinaten von bestimmten Filterlösungen, wie Kupfersulfat, in bestimmter Konzentration normalisiert.

Gegen die Einwände von Houston wendet sich T. Smith (111). Er hält vor allem die von Houston angewendete Methode, den abnormalen Beobachtern mit Hilfe einer Brille normale Farbenmessungen zu gestatten, für unzulässig. Nach seiner Ansicht dürfe man unter keinen Umständen die Gesetzmäßigkeiten, die für den Normalbeobachter der IBK. gelten, ohne weiteres auf abnormale Beobachter, d. h. auf Beobachter, die andere Werte für die Koordinaten der Normallichtquelle B als der Normalbeobachter erhalten, anwenden, genau so wie man nicht die Gesetzmäßigkeiten, die für ein kalibriertes Thermometer gelten, auf ein unkalibriertes anwenden darf. Die alleinige Transformation der Koordinaten der Normallichtquelle auf den Wert des Normalbeobachters genügt nicht, genau so wie man ein Thermometer durch Festlegung des Nullpunktes allein auch nicht kalibrieren kann.

Wenngleich die Einwände Houstons gegen das System der IBK. sicher zu weit gehen, so

erscheint es doch für viele, die sich mit Farbenlehre beschäftigen, auch für den Verfasser dieses Berichtes als richtig, daß das System der IBK. trotz seiner großen rechnerischen Vorteile doch manche Gefahr für den ungeschulten Beobachter beinhaltet.

Eine Abänderung für das IBK.-Dreieck versucht Judd (112, 113), indem er vorschlägt, das Farbendreieck so aufzustellen, daß gleichen Abständen auch gleiche Farbtonunterschiede auf der Spektralkurve entsprechen sollen. Dies gilt allerdings nur für benachbarte Bezirke, da die Farbtonunterschiedsschwelle ja nicht über das ganze Spektrum konstant bleibt. Ein solches Dreieck hat Vorteile für die Darstellung der ähnlichsten Strahler, seine Richtigkeit und Zweckmäßigkeit läßt sich allerdings stark bestreiten.

2. Die gegenseitige Transformierbarkeit verschiedener Farbendreiecke.

Die Umrechnung der Farbkoordinaten irgendeines Farbensystems in ein anderes ist eine einfache Aufgabe der Algebra bzw. der Koordinatentransformation in der projektiven Geometrie. Die diesbezüglichen Nachweise und Rechenregeln wurden von Schrödinger (1), Ives (114, 115), Guild (116, 117) und Dziobek (118) angegeben. Denkt man sich ein bestimmtes Dreieck, etwa das Königsche vorgegeben, so stellen die Eckpunkte eines jeden anderen Farbendreiecks drei innere Punkte des ersteren Dreiecks dar, die wieder zu einem, jetzt im allgemeinen natürlich nicht gleichseitigem Dreieck verbunden werden können.

Die Umrechnung ist leicht, solange es sich um Umrechnung von einem System in ein anderes handelt, wenn außer den drei Eckpunkten im neuen Farbendreieck noch die Koordinaten der Spektralfarben im neuen System gegeben werden. In allen Fällen, wo dies nicht der Fall ist, muß man nach Guild einen Rechentrick anwenden, indem man nämlich nicht die Koordinaten des neuen Systems im alten, sondern vielmehr umgekehrt die des alten im neuen System ausdrückt. Außer der algebraischen Methode der Umrechnung der Koordinaten hat Guild auch eine geometrische Methode entwickelt. Endlich hat I. Runge noch eine rein graphische Methode angegeben, die vor allem für die trichromatische Farbenmessung (siehe unten) von Bedeutung ist (119).

3. Darstellung der Farbe durch Farbton, Sättigung und Leuchtdichte (Helligkeit).

a) Der Farbton.

Dieser wird ebenso wie die anderen Größen verschiedentlich festgelegt:

1. Man bestimmt den Farbton durch eine tongleiche spektrale Wellenlänge, die als Index beigesetzt wird. Handelt es sich um eine Purpurfarbe, so wird die Wellenlänge der Komplementärfarbe aber als eingeklammerter Index beigesetzt. Im Farbendreieck ist diese Art der Farbtonbestimmung sofort abzulesen, wenn man die Gerade durch den Weißpunkt und für die Meßfarbe geltenden Punkt zieht und bis zum Schnitt mit der Spektralkurve verlängert. Der Schnittpunkt stellt dann die Wellenlänge der tongleichen Farbe oder, wenn der Weißpunkt zwischen dem Farbort und der Spektralkurve liegt, den Ort der Komplementärfarbe dar.

   Anstatt den Farbton aus dem Farbendreieck graphisch zu bestimmen, kann man auch rechnerisch vorgehen, da ja für alle Farben gleichen Farbtons die Beziehung

$$(x_f - x_w) : (y_f - y_w) = \text{konst.}$$

   gelten muß. Man kann also dieses Verhältnis für alle Spektralfarben berechnen und kann dann aus dem Verhältnis für unbekannte Farben sofort den Farbton ablesen. Für das IBK.-Dreieck hat Judd diese Berechnung vorgenommen (129) und zwar für vier verschiedene Weißpunkte und für alle spektralen Wellenlängendifferenzen von etwa 1 mμ.
2. Eine andere Definition des Farbtons hat Klughardt (121, 122, 123, 124) gegeben. Sie hat den Vorteil, daß die Abhängigkeit der Änderung des Farbortes vom Farbton gut zum Ausdruck kommt und daß die Purpurfarben von den anderen Farbtönen nicht unterschieden werden müssen. Der Nachteil dieser Definition liegt aber darin, daß sie nur für gleichseitige Dreiecke, bei denen außerdem der Weißpunkt mit dem Dreieckmittelpunkt zusammenfällt, gültig ist. Klughardt definiert seinen „Farbenstich" als eine Größe, die ein Maß für den Anteil der drei Grundfarben darstellt, und zwar den Überschuß der einen Grundreizmenge über die beiden andern. Wenn R, G, B die drei Anteile der Grundreize bezeichnen, so nennt man ϱ, β, β'

$$\varrho = \frac{R - G}{R + G - 2B},$$

$$\beta = \frac{B - G}{B + G - 2R},$$

$$\varrho' = \frac{B - R}{B + R - 2G}$$

   die drei Farbstiche, die noch dadurch voneinander unterschieden werden können, daß man den Grundreizen verschiedene Gewichte,

also etwa Rot = 1, Grün = 9 und Blau = 17 zuordnet. Die Klughardtsche Definition gestattet die Darstellung eines Farbenkreises ähnlich dem Ostwaldschen Kreis durch bestimmte Maßzahlen. Diese Methode hat insbesondere für die technische Farbenmessung große Vorteile aufzuweisen, denn sie enthält die Vorteile der Ostwaldschen Methode, ist also auch dem Nichtphysiker verständlicher als die Wellenlängenbezeichnung, ohne aber die grundsätzlichen Nachteile und Fehlerquellen der Ostwaldschen Farbenmessung zu besitzen.

3. Eine der Klughardtschen verwandte Definition hat unabhängig Haschek (125) angegeben. Er bestimmt den Farbton durch den Schnittpunkt der Verbindungsgeraden vom Weißpunkt zum Farbort mit der Dreieckseite. Die Orte auf den Dreieckseiten und damit die Farben sind durch Brüche dargestellt und stetig normiert, so daß den Farben zwischen Rot und Grün alle Brüche zwischen Null und Eins, zwischen Grün und Blau alle Brüche zwischen Eins und Zwei und zwischen Blau und Rot alle Brüche zwischen Zwei und Drei entsprechen. Reines Rot ist durch Null gekennzeichnet.
4. Ähnliche Definitionen wurden auch von Miescher (126) und Richter (127) ausgearbeitet.
5. Die Ostwaldschen Definitionen des Farbtones, bzw. der Vollfarbe, die wohl allgemein bekannt sein dürften, seien lediglich der Ordnung halber hier erwähnt. Infolge der fehlenden wissenschaftlichen Begründung werden sie auch in der reinen Praxis nur mehr sehr wenig benutzt.

Alle diese Definitionen sind in erster Linie reine Reizdefinitionen. Ihre Übertragung in die Farbempfindung kann nur mit sehr großer Vorsicht geschehen, wie auch Klughardt und Richter (128) feststellen. Sie entsprechen auch weder genau dem, was wir empfindungsgemäß unter Farbton verstehen, noch ist die Farbtonempfindung von den anderen Farbmerkmalen, Sättigung und Helligkeit vollkommen unabhängig. So ergibt reine Weißzumischung zu blauen Wellenlängen unter Umständen nicht bloß eine Sättigungs-, sondern auch eine Farbtonverschiebung, und die gelbe Natriumlinie erscheint je nach der Helligkeit grünlicher oder rötlicher. Die Linien gleichen Farbtones (empfindungsgemäß) sind daher auch im Farbendreieck nicht durch Gerade darzustellen, wie man es für den Reiz macht, sondern durch ziemlich komplizierte und keineswegs genau geklärte Kurven (8).

b) Die Sättigung.

Auch zur Darstellung dieser Größe sind verschiedene Methoden im Gebrauch, die im nachfolgenden ebenfalls kurz erörtert seien.

1. Die Helmholtzsche Sättigung. Sie wird auch Farbgehalt, spektrale Sättigung und neuerdings nach dem Vorschlag der Deutschen Lichttechnischen Gesellschaft spektraler Farbanteil (17) genannt. Man versteht darunter das Verhältnis der Länge der Verbindungsgeraden vom Weißpunkt zur Meßfarbe, zu der der Verbindungsgeraden zwischen Weißpunkt und farbtongleicher Spektralfarbe. Diese Sättigungsdefinition besitzt den Nachteil, daß sie eine relative Größe ist, die von der Sättigung der Spektralfarben abhängig ist. Da aber die grünen Spektraltöne sehr ungesättigt sind, so kommen diese im Verhältnis zu den an den Enden des Spektrums gelegenen Farbtönen zu gut weg, insbesondere dann, wenn, wie beim IBK.-Dreieck, die Spektralkurve sehr nahe an den Dreieckrand gelegt wird.
2. Die auf die Dreieckseite bezogene Sättigung. Sie unterscheidet sich von der Helmholtzschen Sättigung nur dadurch, daß an Stelle der Verbindungslinie vom Weißpunkt zur farbtongleichen Spektralwellenlänge die Verbindungslinie vom Weißpunkt bis zur Dreieckseite zu nehmen ist. Sie ist natürlich genau so relativ wie die unter Punkt 1 angegebene Sättigung, ihr allerdings sehr fraglicher Vorteil besteht nur darin, daß sie ähnlich wie die Klughardtsche oder Haschecksche Farbtondefinition jede Beziehung zu den Wellenlängen vermeidet.

   In ähnlicher Weise definiert Judd (129) die spektrale Reinheit einer Farbe und gibt bei dieser Gelegenheit auch eine Zusammenstellung über die meisten Sättigungsdefinitionen und einfache Rechenformeln (130).
3. Die spektrale Farbdichte. Diese ist vom Koordinatensystem unabhängig, aber wesentlich umständlicher zu berechnen. Sie wird dargestellt durch das photometrisch bestimmte Mischungsverhältnis der drei Eichfarben. Da im IBK.-System nur die y-Koordinate zur Helligkeit beiträgt, wird ihre Darstellung in diesem System besonders einfach. Sie wird, wenn wieder WF die Verbindungslinie zwischen dem Weißpunkt und dem Ort der Meßfarbe, WS die Verbindungslinie zwischen dem Weißpunkt und dem Ort der farbtongleichen Spektralfarbe darstellt, gegeben als

$$p = WF \cdot y : (WF \cdot y_s + FS \cdot y_w).$$

Man braucht hierzu lediglich die Tabelle der Reizkoordinaten der Spektralfarben und die y-Koordinate von der farbtongleichen Spektralwellenlänge (120, 130).

4. Die absolute Farbdichte unterscheidet sich von der spektralen Farbdichte lediglich dadurch, daß an Stelle der farbtongleichen Spektralwellenlänge der Ort auf der Dreieckseite genommen wird. Sie unterscheidet sich von der unter 3. angegebenen Sättigungsdefinition so wie die Sättigungsdefinition B von A. In der Praxis wird sie nicht verwendet.
5. Die Exnersche Sättigung[1]). Diese stellt ebenso eine absolute, d. h. vom Koordinatensystem unabhängige Größe dar. Sie wird folgendermaßen definiert (6): Man versteht nach der Young-Helmholtzschen Farbentheorie unter einer gesättigten Farbe immer eine solche, bei der die i-Koordinate einer Grundempfindung Null wird. Eine derartige Farbe kann natürlich in Wirklichkeit nicht hergestellt werden.

   Jede reelle Farbe wird nun auf diese Idealfarbe bezogen. In Maßzahlen wird die Exnersche Sättigung meist durch die Formel

$$s = \frac{x_k + x_l - 2x_i}{x_i + x_k + x_l},$$

   wobei die Indizes i, k und l die drei Grundempfindungskoordinaten und insbesondere i den Index des in der betreffenden Farbe am wenigsten vertretenen Grundempfindungsanteils bezeichnen, dargestellt. Auch die Exnersche Sättigung wird in der Praxis nur selten verwendet.
6. Die Schrödingersche Sättigung entstammt der höheren Farbenmetrik (6). Der Begriff der Geraden wird in ihr durch den Begriff der geodätischen Linie = Linie kürzesten Abstandes, ersetzt. Dadurch will Schrödinger zu einem der Empfindung und nicht bloß dem Reiz entsprechenden Begriff der Sättigung kommen. Mit Hilfe des Königschen Grundempfindungsdreiecks kann sie durch die Formel

$$s = 2 \arccos \frac{\alpha\sqrt{x_1} + \beta\sqrt{x_2} + \gamma\sqrt{x_3}}{\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3)}},$$

   wobei x_1, x_2, x_3 die Maßzahlen der drei Grundempfindungen und α, β, γ die Exnerschen Helligkeitskoeffizienten (s. unten S. 535) sind, dargestellt werden. Über ihre experimentelle Prüfung siehe unten.
7. In der Ostwaldschen Farbenlehre entspricht der Sättigung der Begriff des durch das Sperrfilter gemessenen Weißgehaltes einer Farbe.

[1]) Die Exnersche Sättigung ist bei allen jenen Farbendreiecken, deren Eckpunkte die Dichromatenfehlfarben sind, d. h. genauer, deren Eckpunkte und Seiten die höchstmögliche Sättigung benutzen, mit der unter Punkt 2 angegebenen identisch.

c) Die Leuchtdichte oder Helligkeit.

Diese Meßgröße geht nicht direkt aus dem Farbendreieck hervor. Ihre Definition bereitet auch insofern Schwierigkeiten, weil eine reine Reizdefinition nicht möglich ist (5, 8). Das liegt daran, daß wir zur Helligkeitsdefinition wegen der fehlenden dritten unabhängigen Koordinate des Farbendreiecks den Farbkoordinaten des Dreiecks Gewichte so zuordnen müssen, daß wir damit die fehlende dritte Dimension ersetzen können. Wir erreichen dadurch nämlich eine bestimmte, allerdings immer nur für einen Fall, nämlich das gerade gewählte Meßinstrument gültige räumliche Orientierung unseres Farbendreiecks. Da wir aber zwar Reizmaßbeziehungen aufstellen, aber nur „Empfindungen" messen können, so kommen wir an dieser Stelle um die Schwierigkeiten der Empfindungsbestimmung nicht gut herum, oder zumindest können wir nicht erreichen, daß eine reizmäßig bestimmte Helligkeitsmaßzahl auch unter allen Umständen der Empfindung Genüge leistet. Wir stellen also eine Definition der „Reizhelligkeit" derart auf, daß wir sagen, die „Reizhelligkeit" kann durch eine bestimmte lineare Funktion der Farbkoordinaten dargestellt werden, die Reizhelligkeiten verschiedener Farbreize addieren sich einfach. Dann müssen wir uns aber auch vor Augen halten, daß deswegen zwei Farben verschiedenen Farbtones, aber gleicher Helligkeitszahl, also Farben verschiedener Reizart wegen dieser gleichen Helligkeitszahl noch nicht die gleiche „empfindungsgemäße" Leuchtdichte besitzen müssen. Es sei an dieser Stelle ausdrücklich bemerkt, daß es sich hier nicht um eine sinnlose Definition handelt, im Gegenteil, die Farbe ist durch Angabe ihrer Helligkeitszahl vollkommen eindeutig bestimmt, wir dürfen nur aus der Gleichheit zweier solcher Zahlen nicht auf die Gleichheit der Farbempfindungen schließen, genau so wie wir es auch nicht bei der empfindungsgemäßen Sättigung tun dürfen.

Der Begriff der Helligkeit hat in der Farbenmessung eine dreifache Bedeutung:

a) Bei Lichtquellen fällt er mit dem Begriff der Leuchtdichte zusammen.
b) Bei Filtern mit dem Begriff des Durchlässigkeitsvermögens, gemessen als Quotient der

Leuchtdichte der Lichtquelle mit vorgeschaltetem Filter zur Leuchtdichte der Lichtquelle ohne Filter.

c) Bei Pigmenten mit dem Begriff des Zurückwerfungs-(Reflexions- = Remissions-)vermögens, d. h. dem Quotienten aus der Leuchtdichte der Pigmentfarbe zu der der beleuchtenden Lichtquelle, die natürlich wegen ihrer spektralen Energieverteilungskurve mit angegeben werden muß.

Das Additionsgesetz der Reizhelligkeiten gestattet die Angabe der Farbquanten der drei gewählten Grundfarben und damit der Angabe der Helligkeit, d. h. der Leuchtdichte einer Farbe bis auf einen konstanten Faktor, wenn ihre Dreieckkoordinaten gegeben sind.

Diese Gleichung lautet für das Königsche Grundempfindungsdreieck

$$h = R + \tfrac{3}{4} G + \tfrac{1}{4_0} B ,$$

für das Königsche Dreieck in der Ivesschen Form

$$h = 0{,}568\, R + 0{,}426\, G + 0{,}006\, B$$

und für das Dreieck der IBK.

$$h = Y ,$$

da ja definitionsgemäß die X- und Z-Koordinaten bei diesem Dreieck zur Helligkeit nichts beitragen sollen.

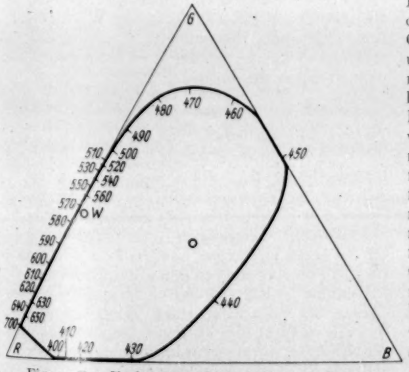


Fig. 3. Das Farbendreieck nach Runge, bezogen auf gleichen Helligkeitsanteil der 3 Eckpunkte (Grundreize).

Der schwache Anteil des Blaureizes an der Helligkeit wird bekanntlich auch in der heterochromen Photometrie ausgenützt, indem man zur Erzielung von Farbgleichheit der rötlicheren Farbe Blau beimischt (132).

Diese Verhältnisse sind besonders schön sichtbar, wenn man, wie es nach einer Arbeit von I. Runge (133) in Fig. 3 geschehen ist, das Maxwell-Königsche Farbendreieck so umzeichnet, daß allen drei Grundreizen die gleiche Helligkeit zukommt. Dann darf natürlich der Weißpunkt nicht mehr der Schwerpunkt sein, sondern muß entsprechend der eben gegebenen Beziehung die drei Koordinaten im Verhältnis $1 : \frac{3}{4} : \frac{1}{4_0}$ besitzen. D. h. der Weißpunkt rückt sehr nahe an die rot-grüne Dreieckseite. Aus der Arbeit von Runge geht dann auch eine sehr einfache Beziehung zwischen den Sättigungsdefinitionen hervor.

Was die empfindungsgemäße Helligkeit, der die reizgemäße möglichst nachgebildet sein soll, betrifft, so fällt ihre Bestimmung mit dem Gebiete der heterochromen Photometrie zusammen, worüber unten noch kurz gesprochen werden soll.

4. Andere Definitionen der Farbeigenschaften, insbesondere die Ostwaldschen.

Es besteht natürlich keinesfalls die Notwendigkeit, nur die drei eben besprochenen Merkmale als unabhängig anzunehmen, vielmehr gibt es eine unendliche Reihe derartiger unabhängiger Bestimmungstripeln, von denen Luther (4) einige angegeben hat. Eine besondere Rolle in der Praxis spielt das System der Ostwaldschen Tripeln (134): Vollfarbe, Weiß- und Schwarzgehalt. Die von Ostwald gegebenen Farbmerkmale wurden von wissenschaftlicher und praktischer Seite heftig angegriffen. Es liegt das vor allem darin, daß die von Ostwald angegebene Messung der Farbbestimmungsstücke mit Hilfe von Sperr- und Paßfiltern weder immer zu eindeutigen Angaben führt, noch daß man die Ostwaldschen Koordinaten auf trichromatische Koordinaten umrechnen kann. Lediglich das umgekehrte Verfahren, die Umrechnung trichromatischer auf Ostwald-Koordinaten ist nach Luther (4) möglich. Unter den neueren ablehnenden Arbeiten seien besonders erwähnt die von Schrödinger (135), von Schäfer und Pese (136, 137), gegen welch letzteren sich aber wieder Schollmeyer (138) und Seitz (139, 140) wenden, weiter K. W. F. Kohlrausch (141, 142, 143), S. Rösch (12), Klughardt (144), Bernays (145) und Richter (146). Für Ostwald tritt Folkmann (147) ein, während Miescher durch die Einführung eines dem Ostwaldschen System ähnlichen Tripels von Koordinaten, so

insbesondere des Buntwertes einer Farbe = gesättigte Farbe – Weißanteil (148, 149), die wertvollsten Teile des Ostwaldschen Systems zu retten versucht. Wenngleich auch heute selbst unter den Anhängern Ostwalds die Ansicht vorhanden ist, daß die Ostwaldsche Lehre und Einteilung der Farben in der Meßtechnik nicht mehr aufrechterhalten werden darf, obwohl ihr das Verdienst gebührt, die erste in der Praxis brauchbare Methode gewesen zu sein, so scheinen die Schwierigkeiten einer klaren Ablehnung doch in allererster Linie darin zu liegen, daß die Ostwaldschen Definitionen rein reizmäßig nicht gut erfaßbar sind und daß daher Mißverständnisse in ihrer Auffassung entstehen.

5. Die Grundreiz- (Grundempfindungs-)kurven.

Die ursprünglich von Arthur König und Dieterici (149) bestimmten Grund- oder Elementarempfindungskurven, die nach unserer Bezeichnungsweise richtiger Grundreizkurven heißen müssen, wurden in den letzten Jahren ebenfalls öfter und unter den verschiedensten Umständen bestimmt. Die dabei angewandten Methoden sind teils direkter, teils indirekter Art, d. h. die Grundempfindungskurven wurden entweder absichtlich bestimmt oder als Nebenprodukt bei heterochromen und anderen Messungen erhalten.

Werden als Grundreize dabei nicht die von König definierten Dichromatenfehlfarben, sondern andere reelle oder virtuelle Farben zugrunde gelegt, so spricht man von Eichreizkurven. Die einzelnen Messungen weichen nicht unbeträchtlich voneinander ab. Aus der letzten Zeit seien besonders erwähnt diejenigen von Tscherning und Larsen (150), von Gibson und Tyndall (151), von Wright und Pitt (25), welche beiden alle für die Farbenlehre wichtigen Eigenschaften ihrer Augen, wie die spektrale Hellempfindlichkeitskurve, die Grundreizkurven, die Wellenlängen der Komplementärfarben, die Schwellen für Farbton und Sättigung usw. aufnehmen, ebenso Messungen von Haschek und seinen Schülern (152), von Hamilton und Freeman (153), von Guild (154, 155) und Wright (107, 156). Mittelwerte der Grundreizkurven wurden ursprünglich von Troland bestimmt und durch den Namen O. S. A. excitations curves (Opt. Soc. Amer.-curves) (157) bestimmt. Diese Werte wurden von D. B. Judd (158, 159) mit den Messungen von Wright verglichen. Die Wrightschen Werte wurden auch in die Normung der IBK. (102, 103) aufgenommen.

Es ist besonders darauf zu achten, daß die Grundreizkurven nicht immer auf dieselbe Lichtquelle bezogen werden. König bezieht seine „Grundempfindungskurven" auf das Sonnenspektrum, sonst wird meistens eine Glühlampe, der Krater einer Bogenlampe oder das Spektrum konstanter Energieverteilung gewählt.

Einen Ausgleich der Königschen Grundreizkurven auf Grund theoretischer Überlegungen versucht Haschek (160). Seiner Ansicht nach müßte die wahre Spektralkurve im Königschen Farbendreieck den folgenden drei Bedingungen Genüge leisten:

1. Die Spektralkurve darf an keiner Stelle des Dreiecks konvex gegen den Weißpunkt verlaufen.
2. Die Spektralkurve darf nirgends rückläufig werden.
3. Sie muß die einfachsten Farbreizmaßbeziehungen erkennen lassen.

Da die Spektralkurven der einzelnen Beobachter im allgemeinen diesen drei Grundbedingungen nicht gleichzeitig Genüge leisten, versucht Haschek eine ausgeglichene Normalkurve und ausgeglichene Grundreizkurven zu finden. Auf ähnliche Weise versucht Hecht aus der spektralen Augenempfindlichkeitskurve und anderen wichtigen Daten ideale Grundempfindungen abzuleiten (161).

Eine formelmäßige Darstellung der Grundreizkurven wurde von H. Schulz (162) gegeben. Die Darstellung entspricht etwa dem Wienschen Strahlungsgesetz. Bedeuten A_n, p_n und q_n Konstanten, so kann jede der drei Grundempfindungen durch die Formel

$$x_n = A_n \cdot \lambda^{-p_n} e^{-\frac{q_n}{\lambda}}$$

dargestellt werden, wobei der Index n die Nummer des entsprechenden Grundreizes bedeutet. Die Übereinstimmung dieser Formel mit den tatsächlich gemessenen Grundreizwerten ist für die blaue und grüne Grundempfindung gut (163), für die rote ergeben sich wegen des zweiten Maximums der Rotreizkurve an der kurzwelligen Grenze des Spektrums starke Abweichungen. Schulz versucht dies aus einer Blauabsorption der Netzhaut, die übrigens im gewünschten Ausmaß von Roaf (52) gefunden wurde, zu erklären. Diese merkwürdige Verschiedenheit der Rotreizkurve von den beiden anderen wurde schon mehrmals zu erklären versucht. Haschek meint, daß die Netzhaut auf kurzwelliges Licht mit Rotfluoreszenz antworte, so daß das Rötlichwerden der kurzwelligen Farben einen Sekundäreffekt

darstellt (147). Es würde das auch mit der Beobachtung übereinstimmen, daß ganz kurzwellige ultraviolette Strahlung, wenn sie überhaupt wahrgenommen werden kann, nicht violett, sondern rein blau erscheint.

6. Physikalisch wichtige Arbeiten aus der höheren Farbenmetrik.

Die höhere Farbenmetrik behandelt das Gebiet des Farbenvergleiches und der Farbenempfindung. Da in der Farbenempfindung die drei Kennzeichen einer Farbe, Farbton, Sättigung und Leuchtdichte, keineswegs voneinander unabhängig sind und da insbesondere Sättigungsänderungen sehr oft von Farbtonänderungen begleitet sind, so können einfache Gesetzmäßigkeiten hier nicht aufgestellt werden. Auch ist das experimentelle Material größtenteils noch nicht ausreichend überprüft; auf manchen Gebieten fehlen überhaupt noch zuverlässige Untersuchungen. Dennoch liegen Ansätze für eine rechnerische Erfassung vor (1, 2, 3, 164, 165, 166). Die Arbeiten liegen fast durchweg auf psychologischem Gebiet. Als für den Physiker bedeutsam seien erwähnt:

a) Messungen über den empfindungsgemäßen Farbton.

Außer der schon erwähnten Arbeit von Verbeek und Bazen (29), die sich mit der Namengebung für die Farbtöne durch verschiedene Beobachter beschäftigt, gehören hierher insbesondere einige Arbeiten über die Farbtonunterschiedsschwelle.

Bildet man das Verhältnis zwischen Wellenlänge und eben merklichem Farbtonunterschied, so findet man bekanntlich, daß dieses Verhältnis keineswegs über das ganze Spektrum konstant bleibt. Es treten vielmehr Maxima und Minima auf, die aber außerdem noch von der Beleuchtungsstärke abhängen. Die größte Zahl von Maxima findet sich in einer sehr ausführlichen und exakten Arbeit von G. Haase (167), der die Farbtonempfindlichkeit in einem weiten Beleuchtungsbereich zwischen 4,8 und 480 Apostilb[1]) untersucht. Er findet insgesamt sechs Maxima der Farbtonempfindlichkeit, nämlich bei den Wellenlängen 630, 580, 480, 430, 600, 550, 510. Die ersten vier Maxima sind auch schon in früheren Arbeiten bekannt geworden. Drei von ihnen, nämlich die Maxima bei 580, 480 und 430, treten unabhängig von der Leuchtdichte unter allen Umständen auf, jedoch zeigt sich insofern eine Abhängigkeit von der Leuchtdichte, als die Streuung der Schwellenmessungen bei den roten, gelben und grünen Farbtönen bei hoher Leuchtdichte, bei den blauen aber bei verhältnismäßig geringer Leuchtdichte einen Mindestwert erreicht. Die durchschnittliche Streuung der Messungen wird von Haase als 3–9 Proz. angegeben. Die Farbsättigung ist auf die Farbtonschwelle von geringerem Einfluß. Bis zu 50 Proz. Weißbeimischung ist überhaupt noch kein Unterschied gegenüber den Spektralfarben zu merken, dann allerdings nimmt die Zahl der bemerkbaren Farbtonstufen stark ab und ist bei 75 Proz. Weißbeimischung bereits auf ein Drittel gesunken. Zum Unterschied von Haase beobachteten Laurens und Hamilton (168), die allerdings nur in einem Beleuchtungsbereich von 8,5 Apostilb arbeiten, nur vier Maxima der Farbtonempfindlichkeit. Ein fünftes bei 520 $m\mu$ gelegenes tritt nur auf, wenn die Meßreihe von Blau nach Rot gemacht wird, nicht aber bei Messungen von Rot nach Blau. Diese Abhängigkeit von der Meßrichtung fehlt bei Haase. Judd (169) findet fünf Maxima. Mit der Farbtonempfindlichkeit beschäftigen sich neuerdings auch Wright und Pitt (170). Endlich hat Tyndall eine Meßanordnung entwickelt (171), mit der er in Übereinstimmung mit den eben besprochenen Messungen von Haase die Farbtonschwellen in Abhängigkeit von der Sättigung bestimmen konnte. Judd (113) versucht auch eine Metrik dieser Stufen, die mit den Versuchen gut übereinstimmen soll.

b) Messungen, die empfindungsgemäße Sättigung betreffend.

Die Sättigungsschwellen wurden in letzter Zeit ebenfalls öfters bestimmt, so von Wright und Pitt (170).

In mehreren Arbeiten beschäftigen sich Klughardt und Richter (172, 173) mit der Frage, ob die für die niedere Farbenmetrik angegebenen Sättigungsdefinitionen auch für die höhere Farbenmetrik gelten können, d. h. mit der Frage, ob eine der oben angegebenen Sättigungsdefinitionen es gestattet, gleichgesättigt aussehenden Farben verschiedenen Farbtons und verschiedener Helligkeit dieselbe Sättigungskennzahl zuzuschreiben, was von Seitz (139) als nicht möglich angesehen wird. Mit einer für diesen Zweck eigens entwickelten Meßanordnung (174) wird ein Farbkreis in der Reihenfolge der einander ähnlichsten Farben nach der Vollreihenmethode untersucht, d. h. zu einem festgehaltenen Normalreiz werden von den Versuchspersonen bei festgehaltener Leuchtdichte

1) 1 Apostilb = 1 Lux, das senkrecht auf eine Fläche mit einem Zurückwerfungsvermögen von 1,0 auffällt.

alle jene Farben herausgesucht, die gleichgesättigt erscheinen. Die Beurteilung erfolgt statistisch. Die Vergleichsreize sollen sich im Farbton nur wenig vom Normalreiz unterscheiden. Beim nächsten Versuch wird der ausgemittelte Vergleichsreiz als neuer Normalreiz genommen und so ein Farbenkreis geschlossen. Die Beurteilung erfolgt auch durch ungeübte Beobachter mit großer Sicherheit. Trägt man die Koordinaten der Farben mit empfindungsgemäß gleicher Sättigung im Farbendreieck auf, so sieht man sofort, daß sie mit der Spektralkurve und den Linien gleicher Reizsättigung der oben angegebenen Definitionen nicht übereinstimmen. Merkwürdigerweise erhält man aber auch keine Übereinstimmung mit der Schrödingerschen Sättigungsdefinition, was aber möglicherweise auf eine Ungenauigkeit der Definition der Dichromatenfehlfarben zurückgeführt werden kann. Sehr gute Übereinstimmung haben die Kurven gleicher Empfindungssättigung mit denen, die aus den Schwellenmessungen von Jones und Lowry (175) hervorgehen und merkwürdigerweise auch mit der Reihe der Ostwaldschen Vollfarben. Mit derselben Frage hat sich auch Warburton (176) befaßt.

c) Untersuchungen über die Addierbarkeit der empfindungsgemäßen Helligkeiten verschiedener Farben.

Wenn man auch in der Reizmetrik das einfache Additionsgesetz als gültig annimmt, so ist es doch sicher, daß in der Helligkeitsempfindung die Verhältnisse nicht so einfach sind. Es stehen sich auch heute noch immer zwei Lager gegenüber, deren eines annimmt, daß man zu den Helligkeiten der drei Grund- bzw. Eichreize noch eine vierte veränderliche Größe addieren muß, während von anderer Seite diese Notwendigkeit nicht eingesehen wird. Zu diesen letzteren gehört als Hauptvertreter der älteren Zeit Exner, der in mehreren Arbeiten (177, 178) behauptet, die spektrale Augenempfindlichkeitskurve des Auges lasse sich durch eine einfache Superposition der drei Grundempfindungskurven erhalten und der auch die oben auf S. 535 gerechneten Faktoren angibt. Ähnliche Ergebnisse finden Smith (179) und Bouma (165). E. Haschek (14) hingegen behauptet, daß es sich hier lediglich um einen Zufall handeln könne, der durch die Art von Exners Auge, das ausgesprochen blauempfindlich war, zustande gekommen sei. (Exner besaß im Alter, als er seine Messungen ausführte, eine stark gelbgefärbte Netzhaut.) R. Hiecke ist der Meinung, daß es genüge, zu den drei Grundempfindungshelligkeiten auch im Tagessehen noch die des Stäbchensehens dazuzufügen (55). Nach seiner Ansicht sind die Stäbchen im Tagessehen nicht geblendet, sondern ihre Empfindung erreicht einen konstanten Endwert. Die Helligkeit wird dargestellt durch die Formel

$$H = (R - 0{,}27\,G + 0{,}07\,V + 0{,}25\,St)/1{,}5$$

bei einer Beleuchtungsstärke von 120 Lux und durch die Formel

$$H = (R - 0{,}27\,G + 0{,}45\,V + 1{,}82\,St)/3{,}00$$

bei einer Beleuchtungsstärke von 0,45 Lux am Meßschirm. Dabei bedeuten R, G, V die Elementarempfindungsquanten, St den Gehalt an Stäbchenweiß, der Elementarempfindung der Monochromaten, und H die Helligkeit im Empfindungsmaß. Auffallend an dieser Formel ist der negative Koeffizient der Grünkomponente. Hiecke versucht daher in einer späteren Arbeit (180) die Aufstellung einer quadratischen Formel mit nur positiven Quanten. Die Forderung, daß die empfindungsgemäße Helligkeit einer Mischung von rotem und grünem Licht kleiner sein soll als die Summe der Einzelhelligkeiten der beiden Komponenten, was für die heterochrome Photometrie von ausschlaggebender Bedeutung wäre, konnte am Versuch nachgewiesen werden. Dabei ergab sich auch die größenordnungsmäßige Richtigkeit der Hieckeschen Formel.

In ausführlicher Weise beschäftigen sich mit denselben Fragen auch die Arbeiten von A. Kohlrausch (181) und R. G. Weigel (182, 183). Der erstere glaubt, da er für die Helligkeitsbestimmung mit dem Flimmerphotometer Werte für die roten und blauen Farben erhält, die von den mit dem Lummer-Brodhunschen Kontrastphotometer gemessenen um mehr als 50 Proz. abweichen, für die verschiedenen Farbtöne spezifische Helligkeiten, wie die schon von Helmholtz (184) erwähnte Farbenglut annehmen zu müssen, die um so stärker in Rechnung zu treten hat, je stärker der Kontrast der auf Helligkeit zu untersuchenden Farben und je stärker ihre empfindungsgemäße Sättigung ist. Diese Notwendigkeit wird von Weigel energisch bestritten, der der Ansicht ist, es handle sich bei diesen Abweichungen nur um eine zu geringe Übung im heterochromen Messen. Diese Ansicht Weigels wurde gestützt durch die Arbeiten mit dem Kontrastphotometer (Kleinstufenverfahren siehe unten, S. 547) von Hyde, Forsythe und Cady (185), die mit den Flimmerphotometermessungen von Gibson und Tyndall, von Ives (186), mit den Sehschärfenphotometermessungen von Bender (187) und den Arbeiten von Schäfer (188, 189) in sehr guter Übereinstimmung stehen.

Wie immer man sich zu der einen oder anderen Gruppe stellen mag, und ob man, wie Weigel, mangelnde Übung oder, wie Kohlrausch, individuelle Schwankungen der Helligkeitsempfindung auch sonst normaler Trichromaten als Ursache annimmt, so ist doch nicht zu leugnen, daß tatsächlich immer wieder Abweichungen bei den heterochromen Helligkeitsmessungen vorkommen, die von der Meßmethode selber abhängen, und zwar so, daß die mit zeitlichem Unterscheidungsvermögen arbeitenden Verfahren (Flimmer-, Stereophotometer) bei vielen Beobachtern wesentlich niedrigere Werte, besonders an den Spektralrändern ergeben, als das Kontrastphotometer. Jaumann (190) macht noch weiterhin die Annahme, daß diese Unterschiede auch davon abhängen, ob der Vergleich der beiden Farben auf der Netzhaut, wie beim Flimmerphotometer, oder erst im Gehirn, wie beim Stereophotometer, stattfindet.

Endlich beschäftigen sich auch noch Arbeiten von Malassez (191) und Houston (192) in ähnlicher Weise mit der Addierbarkeit der Helligkeiten.

Das einzige allgemein Anerkannte auf diesem Gebiet ist das Schrödingersche Additionsgesetz (181), daß nämlich die Meßergebnisse immer dann gleich sein müssen, wenn man zwei verschiedene Farben direkt oder so vergleicht, daß man zwischen die beiden Endfarben eine möglichst große Reihe sehr kleiner Farbunterschiedstufen einschaltet (Kleinstufenmethode). Dieses Gesetz darf aber nur so verstanden werden, daß beide Vergleiche auch mit demselben Photometer vorgenommen werden müssen.

d) Arbeiten über die spektrale Hellempfindlichkeitskurve.

Diese ist ebenfalls Gegenstand zahlreicher Arbeiten gewesen. Mit ihr beschäftigen sich nicht allein fast alle in das Gebiet der heterochromen Photometrie oder der unter Punkt c) fallenden Arbeiten, es wurden vielmehr in letzter Zeit auch einige direkte Neumessungen vorgenommen, und zwar im Sinne einer Interpolation der bisher erhaltenen Werte (193, 194) und der von Ives (196) bzw. von Gibson und Tyndall an 247 Beobachtern gemessenen und als internationales Mittel (146) angenommenen Daten. Außerdem wurden die Messungen im Gebiete der langen Wellen (197) und ins Ultraviolett bis zu 3134 AE durch Messungen von de Groot (198) ergänzt. Goodeve (197) bestimmt die Rotempfindlichkeit für 7000 AE zu $4{,}2 \cdot 10^{-3}$, für 7500 AE zu $1{,}04 \cdot 10^{-4}$, für 8000 AE zu $3{,}9 \cdot 10^{-6}$ und für 8500 AE zu $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ bezogen auf 5550 AE mit 1. Die Augenempfindlichkeit beträgt weiter bei einer Wellenlänge von 3650 AE 0,015, bei 3134 AE 0,005 Teile des bei 4047 AE gemessenen Wertes. Endlich wurde eine neue Näherungsformel zur Berechnung der spektralen Hellempfindlichkeit von Judd (199) aufgestellt.

Eine auffallende Beobachtung hat Fedorov gemacht (200), der feststellen konnte, daß auch in der Fovea, d. h. bei einem Gesichtsfeldwinkel von 2° auffallende Abweichungen von der mittleren Hellempfindlichkeitskurve immer dann auftreten, wenn das Auge vorher dunkeladaptiert war[1]).

e) Das Sehvermögen des Auges im Ultraviolett.

Mit diesem Gebiet beschäftigen sich besonders in der letzten Zeit zahlreiche Arbeiten. So ist es W. Hofmann (201, 202) gelungen, das Durchlässigkeitsvermögen und andere Zahlendaten für die verschiedenen Augenmedien zu messen, P. Bächtinger konnte ebenfalls zeigen, daß wesentliche Teile des Auges, insbesondere der Glaskörper Strahlungen bis zu 3050 AE fast ungehindert durchlassen (203). Endlich konnte Saidmann zeigen, daß die Quecksilberlinie bei 3134 AE mit Sicherheit noch gesehen werden kann (204). Dieses wirkliche „Ultravioletts e h e n" darf aber nicht mit der bei Bestrahlung der Augenmedien mit ultravioletten Licht auftretenden Blaufluoreszenz verwechselt werden. Es unterscheidet sich von dieser, die uns als der bei jeder Analysenquarzlampe auftretende milchig-blaue Nebel erscheint, dadurch, daß wir scharfe Bilder von Spektrallinien bekommen können, allerdings nur dann, wenn wir das Auge mit einer entsprechenden Konkavbrille aus Quarz versehen, da für diese kurzwelligen Strahlen bedeutende Kurzsichtigkeit besteht (205). Goodeve konnte nachweisen (206), daß die Spektrallinie 3126 mit Sicherheit noch beobachtet werden kann, während die Linie 3023 mit ebensolcher Sicherheit unsichtbar bleibt. Dasselbe beobachtet Taylor (207). Die ultravioletten Linien erscheinen dabei bei genügender Intensität nicht, wie in der älteren Literatur angegeben wird, violett oder lavendelblau, sondern vielmehr in einem rein blauen Farbton. Merkwürdigerweise besteht eine Abhängigkeit des

1) Anm. bei der Korrektur: Nach neueren sehr beachtenswerten Messungen von Arndt (355) und Dresler (356) scheint die bisher erhaltene Internationale Helligkeitskurve noch nicht vollkommen richtig zu sein und besonders in der Nähe des Empfindlichkeitsmaximums wesentlicher Verbesserungen zu bedürfen.

Sehvermögens für kurzwellige Strahlung vom Alter (208). Jugendliche Personen unter 30 Jahren sehen nämlich wesentlich weiter ins kurzwellige Gebiet als ältere. Ob dies mit einer im Alter zunehmenden Absorption der Augenlinse, wie Saidmann und Fabry behaupten (209, 210), zusammenhängt, oder ob man dazu auch die im Alter wachsende Netzhautabsorption mitberücksichtigen muß (211), muß erst geklärt werden.

f) Untersuchungen über die Anomalien des Farbensehens.

Das bisher bekannte Material über die Farbenanomalien konnte nicht nur durch weitere Beobachtungen gefördert werden, so (212, 213, 214) durch eine besonders ausführliche Untersuchung des Falles eines Totalfarbenblinden, der die Helligkeitsverteilungskurve des Stäbchensehens besitzt (212) und der in seinen Meßergebnissen in guter Übereinstimmung mit der Young-Helmholtzschen Theorie steht, es konnten auch sonst weitere Folgerungen dieser Theorie an Versuchspersonen mit Farbanomalien nachgewiesen werden (213, 214). Die älteren Ergebnisse der Farbanomalieforschung sind außer in dem schon oben genannten Bericht von Tschermak (11) noch besonders zusammengestellt in Büchern von Müller (215), H. Köllner (216), Stargardt, Orloff (217) und Parsons (218), ihre Feststellung besonders in einem Buch von Rosmanit (219) und zusammenfassenden Aufsätzen von I. Schmidt (220) und Wölfflin (221). Die von der Young-Helmholtzschen Theorie geforderte Form der totalen Farbenblindheit (Monochromasie), die darin besteht, daß zum Unterschied von der normalen Monochromasie der Patient die spektrale Empfindlichkeitsverteilungskurve des Zäpfchensehens besitzt, und die erstmalig von Exner (222) entdeckt wurde, konnte bisher nicht ein zweites Mal beobachtet werden. Hingegen sind außer dem schon oben besprochenen Fall der Stäbchenmonochromasie auch Fälle von Violettschwäche (Tritanomalie) beschrieben worden (223, 224). Damit sind jetzt alle Übergangsformen zwischen den normalfarbentüchtigen und den farbenblinden Personen bekannt. Die Anschauung der Young-Helmholtzschen Theorie, daß die Farbenblindheit nicht durch einen Ausfall, sondern vielmehr durch ein Übereinanderfallen zweier oder aller drei Grundreizkurven zustande kommt, hat damit eine weitere Stütze erhalten.

Weitere Untersuchungen beziehen sich auf das Sehen des Spektralbandes. Die Endstrecken, d. h. jene Teile, die keine Farbtonänderung mehr aufweisen, werden von den Farbenblinden je nach ihrer Art verkürzt gesehen, auch treten, wie schon erwähnt, farblose Stellen im Spektrum, sogenannte neutrale Punkte, auf.

Was die spektrale Hellempfindlichkeitskurve betrifft, so zeigen nicht allein die Protanopen (Rotblinden), wie bisher bekannt, eine Verlagerung des Maximums in der Richtung gegen Grün, es konnte vielmehr dieselbe Erscheinung mit Verlagerung des Maximums gegen Rot auch an den Deuteranopen (Grünblinden) nachgewiesen werden (225). Dabei gibt es aber auch hier Übergangsformen, d. h. Personen, die sonst vollkommen normale Trichromaten sind, aber ihre spektrale Hellempfindlichkeitskurve verlagert haben. Nach Schmidt (226) und Pollack (227, 228, 229), welch letzterer bekanntlich zu den heftigsten Gegnern der Young-Helmholtzschen Theorie zählt, kann man aus der Stärke dieser Verlagerung auf die Farbenanomalie schließen.

Eine weitere große Rolle spielt die Untersuchung der sogenannten sekundären Merkmale, d. h. jener, die im allgemeinen in Begleitung von Farbenanomalien auftreten (230). Dazu gehören vor allem die schon oben besprochenen Unterschiedsempfindlichkeiten für Farbton und Sättigung. Die Unterschiedsempfindlichkeit ist nach der Ansicht von Nagel (231) und Engelking (232) bei den Anomalen und Farbenblinden fast durchwegs stark herabgesetzt. Mit den Schwellen für Farbunterschiede beschäftigen sich Engelking (233) und Horst (234). Der letztere findet auch, daß bei den Violettschwellen der Normalsichtigen sehr starke individuelle Unterschiede bestehen, was bei der Grün- bzw. Rotschwelle nicht beobachtet wird. Nach den Untersuchungen von Rydin (235) ist auch die Zeit, die zur Aufstellung von Farbengleichungen bzw. zur Unterscheidung von verschiedenfarbigen Lichtern von Anomalen benötigt wird, wesentlich höher als die der Normalen, worin ja der wesentliche Grund für die Ausschließung der Anomalen von verschiedenen Berufen, Bahnangestellte, Kraftwagenfahrer usw., liegt.

g) Untersuchungen über den Einfluß von Kontrast und Ermüdung auf das Farbensehen.

Hierher gehört vor allem die Frage nach der Persistenz der Farbengleichungen, d. h. die Frage, ob einmal aufgestellte Farbengleichungen auch bei Umstimmung des Auges erhalten bleiben oder ob sich alle Farbtöne bei der Mischung

in verschiedenem Sinne verändern. Diese Persistenzfrage wird von Haas in zustimmendem Sinne beantwortet (236).

Etwas anderes ist die Behandlung des Sukzessivkontrastes und der Nachbilder. Holzlöhner und Stein (237) bestimmen monokular und binokular einen sogenannten Kontrastfaktor, indem sie weitgehende Untersuchungen über den Einfluß des Sukzessivkontrastes im ganzen Spektrum monokular und binokular anstellen. Dieser Faktor weist aber starke individuelle Schwankungen auf. Die bekannte Tatsache, daß im Sukzessivkontrast alle Farben gegen Rot verschoben werden, versucht Kravkov auf Grund der Young-Helmholtz-Lasareffschen Theorie zu erklären (238).

Mit den Erscheinungen des Farbensinnes bei starker Beleuchtung, die Schrödinger als Sättigungskontrast bezeichnet (239) und an dem Beispiel, daß man nach längerer Wanderung in tiefverschneiter und daher einheitlich gefärbter Landschaft im Innenraum die Farben gesättigter wahrnimmt, beschäftigen sich ebenfalls einige Arbeiten, ebenso mit den Ermüdungserscheinungen durch einseitige Reizung mit einer bestimmten Farbe. Panico (240) konnte so feststellen, daß ein durch intensives Rot gereiztes Auge vorübergehend rotblind wird, erfolgt die Reizung durch Grün, so tritt ebenso Grünblindheit ein. Bei Ermüdung durch langwellige Lichter wird die Empfindlichkeit für alle kurzwelligen Lichter nach Beobachtungen von Laurens und Hamilton (168) herabgesetzt, während aber das Umgekehrte bei Ermüdung durch kurzwellige Lichter merkwürdigerweise nicht eintritt. Bestrahlt man den Körper eines Menschen mit Ausnahme seiner Augen mit Ultraviolett der Sonne oder *Hg*-Lampe, so wird nach Puhl (241) die Empfindlichkeit des Auges für die langwelligen Lichtreize gesteigert. Auch das Gegenteil des Schrödingerschen Sättigungskontrastes, die Herabsetzung der Empfindlichkeit für Sättigung durch starke Weißermüdung des Auges ist beobachtet und allgemein bekannt (242). Über den Einfluß von körperlichen Anstrengungen auf das Farbensehen hat Boehmig (243) an Sportsleuten Messungen vorgenommen und dabei eine starke Schwächung der Farbenempfindlichkeit bis zur Farbenblindheit feststellen können. Die Erscheinung ist besonders stark bei Rot und Grün und dauert bei starker Anstrengung bis zu einem Tag an. Denselben Einfluß übt überreichlicher Genuß von Alkohol und Nikotin manchmal aus (244). Auch die Verteilung der Farbenempfindlichkeit über die peripheren Teile der Netzhaut wird nach Coronel im Sinne einer besonders für Gelb auffallenden Einengung durch dieselben Ursachen beeinflußt (245). Die Rotempfindlichkeit unterliegt nicht allein einer auffallenden täglichen Schwankung insofern, als das Auge am Morgen durchschnittlich rotempfindlicher ist als am Abend, sie verändert sich auch mit dem Alter der Versuchspersonen und erreicht ein Maximum zwischen 9 und 11 Jahren. Dies stimmt auch damit überein, daß Candian (246) in den Altersklassen zwischen 9 und 25 Jahren die niedrigsten Farbenschwellen für alle Farbtöne messen konnte.

Die ausgesprochenen Nachbilderscheinungen können infolge der Entwicklung lichtstarker, farbiges Licht aussendender Gasentladungslampen einem weiteren Studium unterworfen werden. So beschäftigt sich Bouma (247) mit den Nachbildern, die bei Natriumdampfbeleuchtung entstehen.

h) Das periphere Sehen.

Das periphere Sehen hat für die Farbenuntersuchungen seit jeher eine besondere Bedeutung gehabt, da ja seit den Messungen von v. Heß, Nagel und v. Kries die Farbenblindheitszonen der Netzhautperipherie bekannt sind. Der festgestellte Verlauf ist dabei etwa der, daß beim normalen Auge auf die zentrale farbentüchtige Zone eine rotblinde, dann eine grünblinde und endlich eine total farbenblinde Zone gegen die Peripherie zu folgt. Nach den Untersuchungen von Groß (248) handelt es sich hier allerdings nicht um ausgesprochene Farbenblindheit, denn bei genügender Leuchtdichte des Reizes kann auch von der „farbenblinden" Netzhautperipherie eine Farbenempfindung hervorgerufen werden. Die Grenzen der einzelnen Zonen sind nicht immer regelmäßig, sondern starken persönlichen Schwankungen unterworfen.

Über ein anderes Gebiet, nämlich das der Adaptationserscheinungen, liegen Untersuchunden von Lasareff und seinen Schülern vor, so über den Einfluß der Einatmung von Kohlenmonoxyd (249), wodurch zwar die Rückbildung des Sehpurpurs nicht gestört wird, wohl aber eine Verlangsamung des Abbaues eintritt.

i) Neuere Gesetzmäßigkeiten der binokularen Farbenmischung.

Außer den etwas älteren Prüfungen der Gesetze für die binokulare Farbenmischung, die meistens mit Hilfe der Rayleighgleichung vorgenommen werden, findet sich auch eine neue Arbeit von Allen (251), der seine Feststellungen in den Satz zusammenfaßt, daß zwar qualitativ die Mischgesetze erhalten bleiben, daß aber die quantitativen Maßverhältnisse beim Übergang von der monokularen zur binokularen Mischung

wesentlich verändert werden. Das stimmt auch mit den Arbeiten von Trendelenburg (252, 253) überein. In jenen Fällen, wo das eine Auge anomal ist, ergeben sich sehr interessante Farbenmischungen. Solche Untersuchungen wurden von Streiff (254) vorgenommen, der feststellt, daß fast immer der Einfluß des einen Auges in der Mischung stark überwiegt. An und für sich fällt ein genaues Mischen derartigen Personen, die gar nicht so selten sind, sehr schwer. Weitere Arbeiten stammen von Jallin (255) und Bonardel (256).

III. Die Methoden der Farbenmessung.

1. Prüfung des Auges auf Farbentüchtigkeit.

Zum Nachweis der Farbentüchtigkeit, bzw. der Farbanomalien sind verschiedene Methoden in Gebrauch, von denen aber nur die unter Ziffer 3–5 aufgezählten für die Farbenmessung in Frage kommen. Es sind dies:

1. Untersuchung mit Wollproben und Farbmustern auf Farbenblindheit nach den Methoden der Psychotechnik (256).
2. Prüfung des Farbensehens mit Hilfe von Filtergläsern (Signalgläser) (257).
3. Feststellung der Grundreizkurven bei normalen Verhältnissen, d. h. unter einem Gesichtswinkel von 1,5–2° und mindestens 10 Lux Beleuchtungsstärke usw. (entsprechend den auf S. 536 angegebenen Bedingungen). Diese Methode ist die wichtigste und läßt mit Sicherheit alle Anomalieerscheinungen erkennen, sie wurde daher sowohl durch die IBK. als auch durch das Deutsche Normenblatt 5033 empfohlen. Die Prüfung kann im allgemeinen so weit abgekürzt werden, daß entweder die Rayleighgleichung aufgenommen wird oder daß die drei Spektralwellenlängen 700, 546 und 436 der IBK. in Verbindung mit der Normallichtquelle *B* benutzt werden. Sowohl die Rayleighgleichung als auch die IBK.-Einstellung muß die auf S. 527 angegebenen Werte ergeben. Die Messungen der Rayleighbeziehung werden meistens mit dem Nagelschen Anomaloskop (258, 259, 260, 261) vorgenommen. Wegen der unvermeidlichen Schwankungen auch normaler Personen empfehlen Verrey und Wölfflin (262) eine bestimmte breite Einstellung der Spektralspalte, um Überausscheidungen normaler Trichromaten sofort zu vermeiden. Der Anomalkoeffizient, d. h. das Verhältnis zwischen Grün und Rot soll nach Kohlrausch zwischen 0,78 und 0,69 schwanken. Die Gefahr der Überausscheidung liegt besonders in den Schwankungen der Grünempfindlichkeit. In besonders kritischen Fällen wird sich allerdings doch die Aufnahme der gesamten Grundreizkurven, deren Werte im IBK.-System auf S. 528 in Tabelle I gegeben sind, empfehlen. Die Schwankungen der Grundreizkurven bei normalen Trichromaten wurden von Kohlrausch, Köllner (216), Stargardt und Orloff (217) untersucht.
4. Bestimmung der Hellempfindlichkeitskurve. Auf diese Untersuchung legt Pollack einen besonderen Wert (227, 228, 229), da er die Möglichkeit einer verläßlichen Dreifarbenmessung überhaupt leugnet.
5. Untersuchung der Länge des Spektrums und des allfälligen Auftretens von farblosen Stellen im Spektrum.
6. Prüfung der sogenannten sekundären Merkmale des Farbensinns, d. i. Unterschiedsempfindlichkeit für Sättigung und Farbton und der Kontrastempfindlichkeit.
7. Prüfung derselben Eigenschaften, aber unter erschwerten Bedingungen, insbesondere bei verringerter Leuchtdichte und herabgesetztem Gesichtsfeld.
8. Prüfung der Ermüdungserscheinungen.
9. Prüfung der Veränderung des Farbensinnes durch psychologische und physiologische Momente. Bekanntlich sagt die sogenannte Transformationstheorie aus, daß bei abnormaler Beleuchtung die Farbtöne im Sinne einer gedächtnismäßig festgehaltenen Eigenfarbe geändert werden, wenn es sich um bekannte Gegenstände handelt[1]).

2. Methoden der Farbenmessung.

Für die Messung der Farbreize sind bisher drei Methoden entwickelt worden, nämlich:

1. Die analytische Methode, d. h. die Zerlegung der Farbe in ihre spektralen Bestandteile.
2. Die synthetische Methode oder Vergleich der zu untersuchenden Farbe mit einer aus drei Eichreizen zusammengesetzten Eichfarbe, deren Farbkoordinaten bekannt sind.
3. Das sogenannte Helligkeitsverfahren, d. h. die Photometrie durch drei Filter.

1) Gegen diese strenge Formulierung der Transformationstheorie wendet sich Tschermak (7). Auch auf die Farbschwelle üben nach Gelb und Granit (263) psychologische Momente, insbesondere die Tatsache, daß eine Änderung des Farbtons eine schlechtere Sichtbarkeit der Körperformen zur Folge haben kann, einen gewissen Einfluß aus.

Jedes dieser drei Verfahren besitzt seine Vor- und Nachteile. Das analytische Verfahren gibt uns nach dem heutigen Stand der Forschung die genauesten Angaben, es ist allerdings infolge der komplizierten Meßtechnik (spektrale Zerlegung, bei Pigmenten außerdem noch Bestimmung des spektralen Zurückwerfungsvermögens, des Remissionsvermögens) und wegen der langwierigen Rechnungen nicht sehr beliebt[1]).

Das synthetische Verfahren oder auch Vergleichsverfahren genannt, gibt eine geringere Genauigkeit, ist aber insbesondere in der technischen Praxis das beliebteste und daher sind zu seiner Ausführung die meisten Apparate entwickelt worden. In der einfachsten Form wird das synthetische Verfahren durch Vergleich der Meßfarbe mit einer, einer Farbtafel entnommenen Farbe, dargestellt.

Das dritte oder Helligkeitsverfahren ist zwar in seinen Grundlagen noch nicht endgültig untersucht, eignet sich aber besonders gut für die Verwendung von lichtelektrischen Zellen und hat auf diese Weise als das einzige in der Praxis gut brauchbare objektive Meßverfahren eine immer mehr wachsende Bedeutung erlangt.

Im einzelnen ist zu den drei Verfahren das Folgende zu sagen:

A. Das analytische Verfahren.

Die gesamte Meßtechnik baut sich auf dem Helmholtzschen Dreifarbenmischapparat (265) auf. Man bestimmt bei Selbstleuchtern, Lichtquellen, die spektrale Energieverteilung entweder subjektiv oder objektiv mit Hilfe von lichtelektrischen Zellen. Bei Pigmentfarben (Nichtselbstleuchter) bestimmt man außerdem das spektrale Rückwerfungsvermögen = Remissionsvermögen nach Kohlrausch (141, 142), bei Filtern entsprechend das spektrale Durchlässigkeitsvermögen. Natürlich kann die Messung von spektralem Durchlässigkeits-, bzw. Rückwerfungsvermögen, bei bekannter Lichtquelle in einem Meßgang mit der spektralen Helligkeitsverteilung vorgenommen werden. Dennoch sind die Messungen sehr zeitraubend und dauern einschließlich der Auswertung für ein einzelnes Objekt nach den Angaben verschiedener Beobachter bei geübtem Personal mindestens $2^1/_2$ bis 3 Stunden. Die Ergebnisse sind natürlich von subjektiven Momenten frei. Die Apparate sind vor allem in den Berichten von König (2) und Löwe (3) beschrieben.

Anstatt das Licht vollständig spektral zu zerlegen, kann man natürlich bei entsprechend verringerter Meßgenauigkeit auch die Zerlegung und Photometrierung durch Farbfilter versuchen. Ein Satz derartiger unter dem Namen S-Filter in den Handel gebrachter Spektralfilter wurde von der Firma Zeiß für das weiter unten beschriebene Stufenphotometer entwickelt. Allerdings darf man nicht unbedingt erwarten, daß die Photometrie durch diese Filter rein gleichfarbig ist, denn irgendwelche Zacken der spektralen Durchlässigkeitskurve der zu untersuchenden Farbstrahlung gegenüber dem Normalweiß können sich sehr leicht als Farbtonverschiedenheit des durch das Filter durchgelassenen Lichtes äußern (vgl. auch unten, S. 546).

Endlich kann man noch die ziemlich komplizierten Rechenverfahren durch maschinelle Integrationseinrichtungen entsprechend abkürzen, sei es, daß man nach Art des Ivesschen Schablonenauges vor das Spektrometer Blenden vorsetzt, die entsprechend den Grundreizkurven ausgeschnitten sind oder daß man, wie Hardy (266), ein ziemlich kompliziertes, selbstintegrierendes Instrument entwickelt. Eine ähnliche, aber einfachere Methode hat Rösch (267) versucht, indem er Glasplatten verwendet, deren Durchlässigkeit an jeder Spektralstelle gerade dem dort herrschenden Grundreiz entspricht. Rösch muß dabei das Licht gar nicht spektral zerlegen. Er konnte mit seiner Anlage eine große Menge von Mineralfarben rasch und verläßlich messen. Mit der Hardyschen Anlage hat Schloßmacher (268, 269) ebenfalls zahlreiche mineralogische Färbungen ausgemessen.

Hardy selber hat sein Instrument auch als lichtelektrisches Kolorimeter entwickelt, indem das Auge durch geeignete lichtelektrische Zellen ersetzt wird. Der Weg dieser Entwicklung liegt auf der Hand. Endlich seien noch einfache Apparate von Fischer (270) und Wouda (271) hier erwähnt.

B. Die Messung nach dem synthetischen oder Gleichheitsverfahren.

Für die Messung gibt das Deutsche Farbnormenblatt die folgenden sieben Regeln an, die unbedingt eingehalten werden müssen.

1. Die Gesichtsfeldleuchtdichte muß mindestens 10 Apostilb = 10 Lux Beleuchtungsstärke auf weißer Fläche betragen. Die obere Grenze ist durch die Blendung gegeben. Die Messungen

[1]) Anm. bei der Korrektur. Einen Vergleich der analytischen und synthetischen Methode bezüglich Meßgenauigkeit versucht Lindmaier und kommt zum Schluß, daß für Absolutmessungen der synthetischen, für Relationsmessungen hingegen der analytischen Methode der Vorzug gegeben werden soll (264).

sollen in einem neutral gestrichenen Raum vorgenommen werden, dessen Wände eine Leuchtdichte von mindestens 50 Apostilb aufweisen.

2. Die Gesichtsfeldgröße soll etwa 1,5° im Durchmesser betragen. Die beiden zu vergleichenden Gesichtsfeldhälften müssen völlig symmetrisch angeordnet sein. Sie dürfen auf keinen Fall konzentrisch liegen.
3. Die Gesichtsfeldumgebung muß neutral sein, um die Kontrastwirkungen so weit als möglich zu unterdrücken.
4. Die Messungen müssen mit gut ausgeruhten Augen vorgenommen werden.
5. Die Messung soll tunlichst von normal farbentüchtigen Beobachtern ausgeführt werden. Bei gewissen Verfahren, wie den trichromatischen Kolorimetern, ist hierauf besonders Wert zu legen.
6. Körperfarben sollen in Richtung der Flächennormalen gemessen werden. Dabei wird der Prüfling so angeordnet, daß seine Verschwenkungsachse parallel der Trennungslinie des Gesichtsfeldes und parallel der faden- oder spaltförmigen Lichtquelle steht. Die Lichtquelle beleuchtet dabei den Prüfling unter einem Winkel von 45° zur Verschwenkungsachse direkt aus großer Entfernung oder mittels geeigneter optischer Einrichtungen, wie Kondensor, Projektor usw.
7. Zur Kennzeichnung des durch Glanz (gemischte Zurückwerfung) veränderten Farbeindrucks wird der Prüfling zur Messung unter einem Winkel von 22,5° gegen Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtung eingestellt. Man beachte dabei, daß in diesem Falle die Beleuchtungsstärke auf dem Prüfling auf das 1,31fache angestiegen ist.

Mit den theoretischen Grundlagen der synthetischen Farbenmessung befassen sich Maisel (18) und Homes (272). Es handelt sich darum, ein rein physikalisches und daher für die objektive Messung mit lichtelektrischen Zellen brauchbares System zu finden. Abgesehen von den praktischen und zum Teil auch grundlegenden Schwierigkeiten, auf die diese Versuche stoßen — es sind auch keine derartigen Instrumente gebaut worden —, kann man diese Methoden besser in die unten zu besprechende Helligkeitsmethode einreihen, weil es sich ja immer darum handelt, nicht nach der Dreifarbenmischregel gemischte Farben miteinander zu vergleichen, sondern aus geeichten Grundreizkurven mittels einer Helligkeitsmessung die Farbkoordinaten zu ermitteln.

Das synthetische Meßverfahren wird in der Praxis in dreifacher Weise ausgenützt.

a) Vergleich der zu untersuchenden Farbe mit bestimmten, aus Farbentafeln entnommenen Normalfarben.

Die Genauigkeit dieser Meßmethode ist begreiflicherweise keine allzu große. Sie wird ausschließlich für technische Zwecke, wie die rasche und oberflächliche Einordnung von Pigmentfarben in ein bestimmtes System, benutzt. Abgesehen von dem allgemein bekannten Ostwaldschen Farbenatlas (273) wurden hierfür brauchbare Farbentafeln noch von der Agfa (274) und von Munsell (275) entwickelt. Insbesondere der letztere, bei dem die Farben nach Farbton (hue), Sättigung (Chroma) und Reflexionsgrad (value) geordnet sind, stellt ein leider in Europa noch viel zu wenig bekanntes vorzügliches Standardwerk dar. Eine weitere ursprünglich für die Zwecke des Malergewerbes bestimmte, ebenfalls vorzügliche, allerdings nicht so streng geordnete Farbtonkarte stammt von Baumann (276). Endlich sei noch die Farbentafel von Roger, E. Rusk (277) und der 7000 verschiedene mit englischen Farbnamen bezeichnete Farben enthaltende Farbatlas von R. Paul (278) erwähnt.

b) Vergleich der zu messenden Farbe mit einer aus einem Farbton veränderlicher Helligkeit und Weiß gemischten Farbe.

Dieses System ist vor allem in der Krügerschen Anordnung (279), die eine Beilage zu dem von der Firma Zeiß (280) entwickelten Pulfrichschen Stufenphotometer (281) bildet, verwirklicht. Wenngleich die Grundidee dieser Anordnung, die Mischung der Farben mit Hilfe des Maxwellschen Okulars, das ja auch in anderen Photometern (Gehlhoffsches Scheinwerferphotometer) beliebt ist, d. h. mit Abbildung nicht auf die Netzhaut, sondern in die Augenpupille, wodurch man die Linsenfläche in der Mischfarbe leuchten sieht, einen wesentlichen Vorteil gegenüber anderen Instrumenten, besonders in ihrer hohen Lichtstärke besitzt, und wenn auch die einfache Methode, mit Hilfe einer vorgeklappten Meßlupe die Fläche des durch einen gefärbten Wollstreifen dargestellten Farbtons, bzw. die Fläche einer zugemischten Barytweißplatte unmittelbar auszumessen und dann als Maß für die Sättigung zu verwenden, sehr verlockend erscheint, so erheben sich doch gegen das Instrument von vielen Seiten sehr schwerwiegende Bedenken (17). Diese Bedenken sind um so berechtigter, als auch in der Definition der drei Grundgrößen Farbton, Sättigung und Helligkeit nicht das wissenschaftlich begründete, sondern ein am ehesten dem Ostwaldschen verwandtes System empfohlen wird.

Des weiteren gehören die auf der Mischung von Spektralfarben und Weiß nach dem Vorbild des Spektralkolorimeters von Nutting (282) beruhenden Instrumente hierher. Meist wird heute aus Gründen des Lichtgewinnes ein ziemlich breites Spektralband verwendet, so im Optimalfarbenkolorimeter von Rösch (283) oder in dem älteren Instrument von Arons (284). Endlich kann noch das auf subtraktiver Farbenmischung beruhende Kolorimeter von Houston (285, 286) hier eingeordnet werden.

c) Vergleich der zu messenden Farbe mit einer aus drei Eichfarben gemischten Farbe (eigentliche trichromatische Kolorimeter).

Die Grundlagen dieser Methode entsprechen den bei der Aufstellung des Farbendreiecks eingehaltenen Grundsätzen, jede Farbe aus drei Eichfarben aufzubauen und daraus Farbton und Sättigung zu bestimmen. Die Helligkeit wird entweder errechnet oder durch photometrische Messung festgelegt. Ist die zu untersuchende Farbe reiner als man durch Mischung der drei Eichfarben erreichen kann, dann würde man einen Punkt außerhalb des durch die drei Eichfarben gebildeten Farbendreiecks erhalten. In diesem Falle ändert man die Sättigung der zu untersuchenden Farbe meßbar, meist durch Zusatz von einem der drei Eichlichter so lange, bis man ins Innere des Farbendreiecks kommt. Es entspricht dies genau der schon obenerwähnten Behandlung negativer Farbkoordinaten.

Die trichromatischen Kolorimeter können weiter unterteilt werden in:

α) solche, die farbige Lichter, insbesondere Spektralfarben als Eichfarben verwenden.

Derartige Apparate wurden ursprünglich von Ives (287) gebaut, verbesserte Formen wurden von Zernike (288) und Verbeek (289) entwickelt.

Anstatt der Verwendung von Spektralfarben als Eichlichter werden auch vielfach Filterfarben, d. h. durch bestimmte Glasfilter durchgelassenes weißes Licht verwendet. Die bekannteste hierher gehörige Type ist der Dreifarbenmischapparat von Guild (290). In ihm wird die Mischung der durch die drei Wrattenfilter 71a = rot, 62 = grün, 49b = blau durchgelassenen Farben mit Hilfe eines rotierenden Sektors bewirkt. Das Instrument wurde in verbesserter Form von Bechstein (353) in der Art des vom selben Autor stammenden Flimmerphotometers mit Prismen weiterentwickelt. Bernheim und Guntz (291) sorgen für eine möglichst gute Mischung der Eichfarben —, hierin liegt im allgemeinen der wundeste Punkt aller trichromatischen Kolorimeter —, dadurch, daß sie die Mischung in einer Ulbrichtschen Kugel vornehmen und damit von den selektiven Reflexionseigenschaften der Meßfläche unabhängig werden. Donaldson (292) erzeugt die drei Eichfarben mittels Farbfiltern. Ein besonders für die Zwecke der Mikroskopie gut verwendbares, ebenfalls auf der Zerlegung weißen Lichtes durch drei getrennte Farbfilter und nachherige additive Mischung beruhendes Instrument wurde von der Firma Leitz unter dem Namen Leifo (293) in den Handel gebracht. Die Farbquanten können durch Abblenden des in die einzelnen Filter fallenden Lichtstromes geregelt werden.

Bei den trichromatischen Filtermethoden ist vor allem darauf zu achten, daß die Filter in Farbton und Durchlässigkeit im Laufe der Zeit keinen Änderungen unterliegen, da ja sonst die Eichungen und damit die Transformierbarkeit vom besonderen Farbensystem des Instruments in eines der allgemeinen Systeme unmöglich werden. Man benutzt daher in den besseren Instrumenten fast nur in der Masse gefärbte Gläser, meist Schottgläser und nicht Gelatinefilter.

β) Trichromatische Kolorimeter, die Pigmente oder Farbaufstriche als Eichfarben verwenden.

Derartige Instrumente werden viel seltener verwendet, da ihre Genauigkeit und Lichtstärke die mit Filtern erreichbaren Werte nicht erreicht. Abgesehen vom hierher gehörigen Farbenkreisel, der aber nur mehr bei den Psychologen eine Rolle spielt, ist das Kolorimeter von Nickerson (294) mit einem rotierenden Vergleichsfeld, das besonders zur raschen Messung der Farbe von Industrieprodukten verwendet wird, und ein recht gut durchentwickeltes Instrument der Firma Hilger mit exzentrisch stehendem Sektor (295) zu nennen. Die Hauptschwierigkeit aller dieser Instrumente liegt außer in der schon erwähnten geringeren Lichtstärke in der Veränderlichkeit der Eichfarben mit der Bestrahlung.

Die gesamten trichromatischen Messungen können nur von farbentüchtigen Personen mit Erfolg, d. h. bei allgemeiner Anerkennung ausgeführt werden, und hierin liegt ihr Hauptnachteil. Abgesehen davon ist mit den trichromatischen Kolorimetern niemals die Genauigkeit der analytischen Methode zu erreichen, und endlich muß immer die Transformation vom speziellen Eichsystem des Kolorimeters auf eines der genormten Farbendreiecke vorgenommen werden, was, wie schon erwähnt, unter der sicher nicht immer gültigen Voraussetzung geschieht, daß die Eichgrößen sich im Lauf der Zeit nicht

oder nur meßbar verändern. Die schon oben auf S. 532 erwähnte Umrechnung ist zeitraubend und mühsam. I. Runge hat in ihrer Arbeit eine hübsche Methode entwickelt, um mit Hilfe von Schablonen diese Übertragung vom einen System ins andere graphisch vorzunehmen (133). Man benutzt hierzu für jedes Kolorimeter zwei durchsichtige Schablonen, eine für die Bestimmung des Farbortes und eine für die Helligkeit. Diese einmal hergestellten Schablonen werden dann auf das für das Eichsystem des Kolorimeters gezeichnete Farbendreieck aufgelegt, und man kann wegen der Gültigkeit projektiver Beziehungen durch ein einfaches graphisches Verfahren daraus sofort den Ort der Meßfarbe im Normalfarbendreieck angeben. Ähnlich läßt sich mit Hilfe der zweiten Schablone aus den gegebenen Filterdaten sofort die Leuchtdichte ermitteln. Das Verfahren wurde von I. Runge am Guildschen Kolorimeter ausprobiert und der Vorgang an diesem Instrument genauestens beschrieben.

Es erscheint als selbstverständlich, daß objektive trichromatische Kolorimeter unter Verwendung von lichtelektrischen Zellen nicht gebaut werden können.

C. Das Helligkeitsverfahren.

Setzt man ein Farbendreieck so zusammen, wie es König oder die IBK. getan haben, daß man für alle realen Farben nur positive Koordinaten erhält, so kann man die Farben der drei Eckpunkte als künstliche Grundreize auffassen. Man kann also etwa, wenn es sich dabei um durch drei Filter durchgelassenes weißes Licht handelt, durch eine Intensitätsmessung dieser drei Lichtanteile die Farbquanten und damit auch den Punkt für die Meßfarbe im Farbendreieck festlegen. Das Verfahren hat den Vorteil, daß es die Farbenmessung im allgemeinen durch die der gleichfarbigen Photometrie zu ersetzen gestattet. Als Empfänger kann dabei sowohl das menschliche Auge, das allerdings bis zu einem gewissen Grade, nämlich bezüglich seiner spektralen Helligkeitsverteilungskurve normal farbentüchtig sein muß, oder eine lichtelektrische Zelle dienen. Die vergleichsweise Festsetzung der drei Eichleuchtdichten muß allerdings mittels heterochromer Photometrie erfolgen. Ebenso ist es nicht zu erwarten, besonders dann, wenn es sich um Pigmentfarben mit selektiver Rückwerfung handelt, daß die Farben auch durch die Filter vollkommen tongleich aussehen. Dadurch geht der obenerwähnte Vorteil der gleichfarbigen Photometrie in vielen Fällen wieder verloren.

Die zur Erzeugung der Eichfarben verwendeten drei Farbfilter müssen verständlicherweise einer einschränkenden Bedingung Genüge leisten, die von Luther (4), Naumann (296) und Pese (297) entwickelt wurde. Bezeichnen $r(\lambda)$, $g(\lambda)$ und $b(\lambda)$ die drei Grundreize des Auges (Königsche Grundempfindungen), $h(\lambda)$ die spektrale Helligkeitsverteilung des Auges, so müssen die drei Filter den Gleichungen

$$d_r = \frac{r}{h}, \qquad d_g = \frac{g}{h} \qquad \text{und} \qquad d_b = \frac{b}{h}$$

bezüglich ihres Durchlässigkeitsvermögens Genüge leisten. Wird nicht mit der Lichtquelle konstanter Energieverteilung, sondern mit irgendeiner Eichlichtquelle gearbeitet, so ist an Stelle von h im Nenner die auf diese Lichtquelle bezogene Helligkeitsverteilungskurve einzusetzen.

So einfach diese drei Bedingungen für die drei Filter aussehen, so ist es doch klar, daß sie nicht ohne weiteres von allen Filtern erfüllt werden können, im Gegenteil wahrscheinlich auch von den heute gebräuchlichen in der Masse gefärbten Glasfiltern gar nicht erfüllt werden[1]). So wertvoll daher die Grundidee dieses Verfahrens ist, so sehr muß davor gewarnt werden, daß die bis heute gebrauchten unten beschriebenen Meßapparate ihm auch wirklich entsprechen. Es ist dies insofern bedauerlich, als man mit dem Helligkeitsverfahren ein besonders einfaches technisches Farbmeßverfahren in der Hand hätte, mit dem man die ganzen bisher mangels geeigneter exakter Meßeinrichtungen noch immer gebrauchten unwissenschaftlichen Verfahren aus der Praxis verdrängen könnte.

a) Subjektive, auf dem Helligkeitsverfahren beruhende Instrumente.

Hierzu gehört als ältestes Instrument dieser Typen das Kolorimeter von Bloch (298), dann das Dreifilterverfahren des Zeißschen Stufenphotometers (280, 299), wobei durch drei dem Photometer vorgesetzte Schottsche Glasfilter (sogenannte L-Filter) die Helligkeit des Prüflings gemessen wird und das Photometerokular nach Haschek-Haitinger (14, 300). Die in beiden Instrumenten verwendeten Filter erfüllen, wie schon erwähnt, die Lutherbedingungen nicht genügend, ihre Sättigung ist sehr hoch, die spektralen Durchlässigkeitskurven überschneiden sich nur wenig.

An Stelle von künstlichen Grundempfindungen verwendet Ives (301) die Königschen, indem er nämlich das zu untersuchende Licht

1) Anm. bei der Korrektur. Einen Versuch, die Schwierigkeiten der Lutherbedingung zu umgehen, unternimmt Schmidt (357, 358).

spektral zerlegt und vor das Spektrum Schablonen gibt, die in Form der Königschen Grundreizkurven ausgeschnitten sind. Das Verfahren, das natürlich nur für genügend lichtstarke Prüflinge verwendet werden kann, wurde von Rösch bei der Farbmessung an Mineralien (12) ausgenutzt. In seiner strengen Form stellt es eigentlich nichts anderes als die Weiterbildung des analytischen Verfahrens dar, denn es wird eben das Licht spektral zerlegt und jede Wellenlänge mit der zugehörigen Grundreizordinate multipliziert. Rösch nennt daher seinen Apparat auch Spektralintegrator. Genau so kann man beim Stufenphotometer oder beim Photometerokular nach Haschek-Haitinger durch Vermehrung der Filter auf das analytische Verfahren übergehen.

b) Objektive, auf dem Helligkeitsverfahren beruhende Instrumente.

Lichtelektrische Kolorimeter dieser Art wurden in den letzten Jahren mehrere entwickelt, die aber auch nicht in jeder Hinsicht befriedigen. Es liegt dies zum Teil an der zu geringen Absolutempfindlichkeit der lichtelektrischen Zellen. Sie sind beschrieben bei Lange (302), Guild (303) und Bloch (304).

3. Überblick über die Leuchtdichtemessung (heterochrome Photometrie).

Obwohl dieses Gebiet als Messung der Helligkeit eigentlich auch zur Farbenmessung gehört, so wird es doch vielfach als Sondergebiet behandelt. Da hierüber auch in den letzten Jahren einige ausführliche zusammenfassende Berichte erschienen sind (305, 306, 307), so sei lediglich ein kurzer Bericht im Anschluß an das schon oben auf S. 538, Gesagte angefügt.

Die Messungen werden heute entweder nach dem Kleinstufenverfahren (sie oben S. 538) oder direkt vorgenommen. Als Instrumente kommen entweder das Flimmerphotometer oder das Lummer-Brodhunsche Kontrastphotometer in Frage, endlich auch die lichtelektrische Zelle (308, 309).

Sehr gerne wird künstliche Gleichfarbigkeit erzeugt, sei es, daß man Filter verwendet, indem man Blau zumischt (130) oder das Verfahren von Tikhodeew (310) benutzt. Die Blauzumischung kann deshalb sehr leicht geschehen, weil Blau zwar wesentlich färbend wirkt, aber kaum einen Einfluß auf die Helligkeit ausübt.

Mit den ganzen Verfahren der heterochromen Photometrie befaßt sich in letzter Zeit insbesondere H. König (311, 312, 313), der auch ein heterochromes Photometer nach der Art des Ivesschen Spektralkolorimeters (301) entwickelt hat (314).

IV. Praktische Farbmessung.

1. Die Farbmessung der Lichtquellen.

Farbmessungen und Farbangaben an Lichtquellen haben sowohl für den Physiker als auch für den Praktiker eine nicht zu unterschätzende Bedeutung. Die neuere Entwicklung der Lichtquellen, welche auf Lumineszenzstrahlung oder Fluoreszenzwirkungen beruhen, wie etwa der Natriumdampflampen oder *Hg*-Dampflampen, der verschiedenen Reklameröhren mit und ohne Verwendung fluoreszierender Gläser, der Signallichter im Verkehr usw. und die Reihenerzeugung dieser Lichtquellen, haben die Farbmessung an Lichtquellen zu neuer technischer Bedeutung gebracht. Seitdem die farbigen Lichtquellen in Wettbewerb mit den weißen Lichtquellen getreten sind —, man spricht der farbigen Beleuchtung, abgesehen von höherer Wirtschaftlichkeit, auch vielfach höhere Sehschärfeneigenschaften zu (305–320) —, ist die Festlegung der Lichtquellen durch ihre Farbeigenschaften zusätzlich der bisherigen Charakterisierung durch die photometrischen Daten, wie Lichtstrom, Leuchtdichte, Lichtausbeute usw., wichtig geworden. Man kann dabei die Farbigkeit der Lichtquellen auf verschiedene Weise angeben. Entweder man bestimmt die Lage der Lichtquellen im Farbendreieck, d. h. man bestimmt ihre Farbenkoordination oder Farbton und Sättigung. Diese Charakterisierung ist für die wichtigsten Lichtquellen in Fig. 4 gegeben. Man erhält auf diese Weise das farbige Aussehen des Lichtes ohne Rücksicht auf seine spektrale Zusammensetzung. (Eine weiße Lichtquelle würde man etwa auch erhalten, wenn man im richtigen Ausmaße das gelbe Licht der *Na*-Lampe mit Licht der Wellenlänge 487 $m\mu$ mischen würde.)

Außer an Gasentladungslampen wurden auch an Glühlampen neuerdings wieder Farbmessungen ausgeführt (321), die hauptsächlich der Ermittlung der Farbtemperatur dienen. Weiter finden sich Farbmessungen am Tageslicht und an künstlichen Tageslichtquellen, wie den Tageslichtglühlampen (28) und den aus einer Quecksilberdampflampe und anderen Lichtquellen zusammengesetzten Strahlern.

Wenngleich die Kennzeichnung der Lichtquellen durch Angabe ihrer Farbkoordinaten und der Leuchtdichte oder Lichtstärke als ausreichend erscheint, so ist es doch auch andererseits erwünscht, die spektrale Energieverteilung

der Lichtquellen wegen ihrer Beeinflussung der Pigmentfarben wenigstens ungefähr zu kennen. Man verwendet in der Praxis dabei allerdings nicht die Zerlegung durch einen Spektralapparat, sondern filtert nach einem Vorschlag von Bloch (322) nur bestimmte Farben heraus. Einen solchen Vierfarbenfiltersatz hat Richter (323) vorgeschlagen. Es ist dies für

Blau das Schottglas *BG* 12 und *GG* 4,
Grün das Schottglas *VG* 2 und *VG* 4 und *GG* 11,
Gelb das Schottglas *OG* 2 und *BG* 18
Rot das Schottglas *RG* 1 und *NG* 4 und *GG* 11.
Jedes Filterglas soll 2 mm stark sein.

Die Gläser werden hintereinander aufgestellt und die Messung geschieht mit Hilfe von lichtelektrischen Zellen. Einen ähnlichen Vorschlag macht Bouma (324).

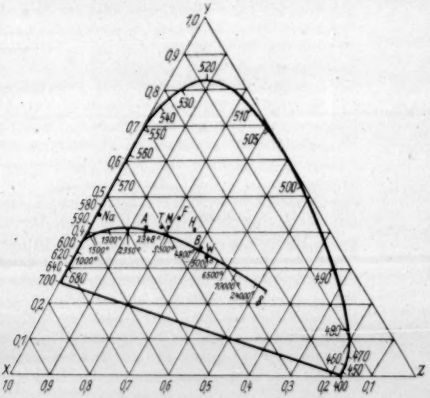


Fig. 4. Farbpunkte verschiedener Lichtquellen im Farbendreieck der IBK

W = Weißpunkt
B, A = Normallichtquellen der IBK.
H = *Hg*-Hochdrucklampe
M = Mischlicht *HgH*-Glühlampe 1 : 1
T = Osram Tageslicht-Glühlampe
F = *Hg*-Lampe mit Fluoreszenzbelag
Na = Natriumstrahlung.

Wenn es sich um ausgesprochen punktförmige Lichtquellen, wie Sterne oder weit entfernte Signallampen, handelt, so verlieren die Gesetze der Dreifarbenmischung, wie I. Escher-Desrivieres (325) zeigen konnte, ihre Gültigkeit. Es zeigt sich vor allem eine Abhängigkeit des Farbtones von der Größe des Lichtstromes. Die Messungen müssen dann auch mit speziellen, von demselben Verfasser entwickelten Apparaten vorgenommen werden.

Für die Farbenmessung der Glühlampen hat Judd ein einfaches Instrument entwickelt (326, 327), das aber sehr gute Genauigkeit ergeben soll. Es besteht aus zwei nebeneinanderliegenden Vergleichsfeldern, von denen das eine durch die zu messende Glühlampe, das andere durch eine auf Farbe und Farbtemperatur geeichte Lampe bestrahlt wird.

Die Bestimmung der Farbtemperatur gehört zu den wesentlichsten Aufgaben in der Messung von Lichtquellen. Hierfür hat neuerdings Haase (167) ein subjektives und Preston (328) ein objektives Instrument mit lichtelektrischer Zelle angegeben, das mit Hilfe von auf das Durchlässigkeitsvermögen geeichten Glasfiltern sofort die Angabe der Farbtemperatur gestattet. Aus grundsätzlichen theoretischen Überlegungen macht übrigens Priest (329) den Vorschlag, nicht die Farbtemperatur, sondern ihren Reziprokwert als Maßgröße für die Lichtquellen anzugeben.

Endlich beschäftigen sich noch mehrere Arbeiten mit der Helligkeitsmessung und ihrer Genauigkeit (330). Die Schwierigkeiten der heterochromen Photometrie versuchen Laporte und Gans (331) dadurch zu umgehen, daß sie mit Hilfe eines Spektrometers das Spektrum der Lichtquelle auf einen ähnlich dem Ivesschen künstlichen Auge (287) ausgeschnittenen Schirm, hinter dem sich ein Thermoelement befindet, entwerfen. Die Methode soll sehr gute Erfolge bei der photometrischen Messung von Gasentladungslampen ergeben.

Mit der Herstellung einer in der beleuchtungstechnischen Praxis brauchbaren weißen Lichtquelle beschäftigen sich Lax und Pirani (28). Sie benutzen für ihre Tageslichtlampen ein Gemisch von Glühlampen- und Quecksilberdampflicht, bzw. auch von Gasentladungslampen, allein. Nach ihren Messungen ergeben sich im Ives-König schen Farbendreieck für die wichtigsten Lichtquellen die folgenden Koordinaten (r, g, b):

Kohlensäurelampe (29, 31,2, 39,8).
Osram-Tageslichtlampe 60 Watt, 2400° Farbtemperatur (41,8 ,38,8, 19).
Hg-Licht + Glühlampe im Verhältnis 1:1 im Lichtstrom (34,5 32,5, 33,5).

Als Test gilt die Überprüfung der Koordinaten für die wichtigsten Farben des Ostwaldschen Farbenatlasses.

Eine besondere Stellung unter den Lichtquellen nimmt der schwarze Körper ein. Er soll nicht nur in Zukunft als photometrische Normallichtquelle die bisher gebräuchliche Hefnerlampe,

bzw. den Glühlampensatz des internationalen Lumens ersetzen (332), vielmehr dient er auch als Normale für Farbenmessungen. Es ist daher notwendig, sich mit dieser Lichtquelle etwas ausführlicher auseinanderzusetzen.

Nach Fig. 4 liegen die Farbkoordinaten des schwarzen Körpers auf einer Kurve, die bei ungefähr 5000° durch den Weißpunkt geht. Man hat daher umgekehrt die Lichtfarbe des schwarzen Körpers bei 4800° als Normalweiß bezeichnet (manchmal auch genau 5000°). Nach Haschek(8) soll diese Wahl unzweckmäßig sein, da nach seiner Ansicht erst bei einer Temperatur von 10000° ein schwarzer Körper rein weiß erscheinen sollte. Haschek stützt diese Ansicht durch Versuche an Glühlampen, indem er behauptet, daß die Sättigung linear von der Temperatur abhänge und erst bei 10000° den Wert Null erreiche. Doch steht dieses durch starke Extrapolation gewonnene Ergebnis im Widerspruch mit allen anderen diesbezüglichen Arbeiten. Den Zusammenhang zwischen der Farbtemperatur und der Farbtemperaturunterschiedsempfindlichkeit bei grauen Strahlern hat Judd untersucht, und zwar im Bereich zwischen 1800 und 11000° Kelvin.

Die Wahl des schwarzen Körpers von 5000° entspricht auch ungefähr einem Strahler von konstanter Energieverteilung. Eine andere Frage ist natürlich seine künstliche Darstellung. Es ist ja klar, daß man derartig hohe Temperaturen mit strahlenden Hohlräumen in festen Körpern nicht erreichen kann. Dennoch muß man auch für die Normallichtquelle einen geeigneten technischen Hohlraumstrahler definieren. Nach dem Vorschlag der IBK. (333, 334) wurde die folgende Normale gewählt. Ein Hohlraumstrahler wird im Innern eines Kohleofens auf die Farbtemperatur der Glühlampen (2340° = Metallfadenvakuumlampen) oder 2848° = Farbe der 100-Watt-Wolframlampe) gebracht. Der schwarze Körper wird nicht wie bisher durch Eintauchen in ein Bad von erstarrendem Gold (1336° Kelvin), sondern in ein solches von erstarrendem Palladium (1826° Kelvin) gebracht, was den Vorteil wesentlich höherer Temperatur besitzt. Die Leuchtdichte eines schwarzen Körpers bei dieser Temperatur entspricht nach den Messungen von Abraham, Fleury, Ribaud und anderen 13,83 internationalen Stilb. Die Bäder werden grundsätzlich durch hochfrequente Wechselströme auf die nötigen Temperaturen gebracht.

2. Farbmessungen an Lichtfiltern.

Farbmessungen an Filtergläsern wurden in allererster Linie für technische Zwecke ausgeführt. So wurden sowohl die Gläser für die Verkehrsbeleuchtung (335) als für die Flugbeleuchtung (336) gemessen und genormt. Für Farbtemperaturbestimmung hat Naeser (337) einige Gläser gemessen. Die Normung erfolgt jetzt fast überall durch Angabe der Koordinaten im Farbendreieck. Wegen der Verwechslungsgefahr der Gläser durch Farbenblinde und wegen der auffallenden Farbtonverschiebung in großer Entfernung – grüne Flugsignale oder Eisenbahnsignale können unter Umständen mit weißen verwechselt werden – ist eine sehr enge Einschließung der Farbkoordinaten nötig geworden. So wird beispielsweise das Signalglas für die Verkehrssignale im Farbendreieck der IBK. durch die folgenden Grenzgleichungen genormt.

Rot: y nicht größer als 0,320; z nicht größer als 0,007.
Gelb: y zwischen 0,386 und 0,429 und nicht kleiner als $0{,}897-0{,}843\,x$.
Grün: y größer als $1{,}068\,x+0{,}153$ und als 0,386; z nicht größer als 0,186.

Endlich hat Judd (338, 339) für eine Reihe amerikanischer Farbfiltergläser, nämlich die gelben Bovivondgläser, eine Sättigungsskala entworfen, während Gibson und Haupt (340) die entsprechenden Rotgläser auf Farben untersuchen, indem sie sie immer mit dem Gelbglas 35 kombinieren und als Maß für die Farbenskala das Verhältnis von Rot zu Grün bestimmen.

Eine sehr hübsche und ausführliche Arbeit von Ornstein, Eymers und Vermeulen (341) beschäftigt sich mit der Farbbeurteilung von Farbgläsern, hauptsächlich Signalgläsern unter verschiedenen extremen Bedingungen, wie geringe Leuchtdichte, großer Abstand usw. Es zeigt sich dabei, daß eigentlich nur das Rot immer mit Sicherheit als Rot erkannt wird, insbesondere brandrote Filter, wie sie im Eisenbahnverkehr als Signalgläser verwendet werden, neigen leicht zur Beurteilung als Rot.

Endlich hat Djomkína (342) an verschiedenen optischen Gläsern Farbenmessungen im Verein mit Absorptionsmessungen vorgenommen.

3. Messung von Körperfarben und andere praktische Farbmeßaufgaben.

Abgesehen von den schon oben besprochenen Ausmessungen der Pigmente des Ostwaldschen Farbenatlas (141, 142, 143) wurden noch andere Versuche gemacht (343). So wurde eine Reihe der Farben des Munsellatlas (344) und die Farben industrieller und landwirtschaftlicher Produkte bestimmt (14, 345). Endlich haben Yazima und Kanazewa Leuchtdichtemessungen an verschiedenen Pigmentfarben vorgenommen, um die richtige Beleuchtung und

Aufstellung wertvoller japanischer Gemälde zu erzielen (346). Textilfarben wurden nach der analytischen Methode von G. P. Woronkoff (354) untersucht.

Mit theoretischen Sätzen über Pigmentfarben, wie dem bekannten Schrödingerschen Satz (347), daß die Farbe größter Leuchtdichte und gleichzeitig größter Sättigung durch ein Ostwaldsches Farbenhalb, d. h. durch die Summe aller Spektralfarben zwischen zwei Komplementärfarben dargestellt wird, beschäftigt sich Mc Adam (348), der gleichzeitig einen kurzen und hübschen Beweis dieses Satzes liefert. In einer weiteren ausführlichen Mitteilung über die Farben größten Reflexionsvermögens (349) kommt Mc Adam an Hand zahlreicher Tabellen zum Schluß, daß eine Verbesserung in dieser Hinsicht nur mehr bei sehr wenigen Industriefarben möglich ist, die meisten haben das Maximum bereits erreicht oder stehen ihm zumindest nahe.

Den Einfluß der Luftfärbung auf die Farbe entfernter Gegenstände untersuchen Haschek und Haitinger (14) und Knowles-Middleton (350). Es werden die Farbkoordinaten von verschieden entfernten bewaldeten, also gleichmäßig gefärbten Berghängen oder von Wiesen in größerer oder geringerer Entfernung aufgenommen. Die Resultate, die freilich nach den Angaben der Beobachter noch mit zahlreichen und teilweise sehr begreiflichen Fehlern behaftet sind, wurden in Tabellenform zusammengestellt. Man ersieht deutlich die starke Zunahme der Blaukomponenten bei entfernteren Objekten, sowie auch den Einfluß des Wetters (diesige oder reine Luft, Sonnenschein, Bewölkung usw.) und der Tageszeit bzw. des Sonnenstandes.

Endlich behandelt eine Arbeit von Noteboom die Farbveränderungen unserer Umwelt, insbesondere die farbenmetrischen Beziehungen, die auftreten, wenn wir durch eines der verschiedenen Lichtschutzbrillengläser sehen. Es ergibt sich dabei das bemerkenswerte Ergebnis, daß im allgemeinen unsere Umwelt subjektiv in der Farbenverteilung gar nicht geändert wird, da die Brille eine gleichmäßige Verschiebung aller Farbkoordinaten bewirkt (351).

Mit den für Farbanstriche wichtigen Größen, wie Deckkraft, Lasuranstrich, Untergrund usw., und ihrer physikalischen Definition und Messung befaßt sich eine Arbeit von Kubelka und Munk (352).

V. Literaturverzeichnis.

1) E. Schrödinger, Ann. Phys. (4) **63**, 397 bis 426, 1920.
2) E. Schrödinger, Ann. Phys. (4) **63**, 427 bis 456, 1920.
3) E. Schrödinger, Ann. Phys. (4) 63, 481 bis 520, 1920.
4) R. Luther, Zeitschr. f. techn. Phys. **8**, 540 bis 558, 1927.
5) J. v. Kries, Zeitschr. f. techn. Phys. **5**, 327 bis 349, 1924.
6) Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik, 11. Aufl. bearbeitet von O. Lummer. Bd. 2, 1. Hälfte: Die Gesichtsempfindungen. Bearbeitet von E. Schrödinger, S. 456–560.
7) Handbuch der Experimentalphysik. Herausgegeben von M. Wien und E. Harms. Bd. 20, 1. Teil: Physiologische Optik. Bearbeitet von A. König. Verlag Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1929.
8) I. Runge, Zeitschr. f. techn. Phys. **8**, 289 bis 299, 1927.
9) Handbuch der Physik. Herausgegeben von H. Geiger u. K. Scheel. Bd. 19. E. Lax u. M. Pirani, Lichttechnik, S. 10–18. Verlag Jul. Springer, Berlin 1927.
10) F. Löwe, Kolorimetrie, Lichttechnik, S. 681 bis 688.
11) Handbuch der normalen und pathologischen Physiologie. Bd. XII, 2. Teil, S. 1499–1594. Verlag J. Springer, Berlin 1931.
12) S. Rösch, Fortschr. Mineral. **13**, 73–234, 1929.
13) J. W. T. Walsh, Photometry. Verlag Constable und Co., London 1926.
14) E. Haschek u. M. Haitinger, Farbmessungen, theoretische Grundlagen und Anwendungen. Verlag E. Haim & Co., Wien 1936.
15) S. Hecht, Journ. Opt. Soc. Amer. **20**, 231–270, 1930.
16) A. Graßmann, Ges. Abhandlungen. Verlag B. G. Teubner, 1902.
17) M. Richter, Das Licht **4**, 101–105 u. 125 bis 127, 1934.
18) S. Maisel, Proc. Intern. Illum. Congr. Cambridge, S. 1–22, 1931.
19) M. Richter, Das Licht **4**, 205–208 u. 231 bis 236, 1934.
20) J. Rayleigh, Nature **25**, 64, 1882.
21) W. Trendelenburg u. J. Schmidt, Sitz.-Ber. Preuß. Akad. **2**, 1935.
22) R. Dittler u. Y. Satake, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **48**, 240–251, 1914.
23) H. Krarup, Physiol. Ophthalm. Grenzprobleme. Leipzig 1906.
24) J. H. Goldlove, Journ. Amer. Opt. Soc. **24**, 264–266, 1934.
25) W. D. Wright u. F. H. Pitt, Proc. Phys. Soc. **47**, 205–217, 1934.
26) V. Grünberg, Ann. Phys. **17**, 165–173, 1905.
27) I. Priest, Journ. Opt. Soc. Amer. **4**, 388 bis 401, 1920.
28) E. Lax u. M. Pirani, Proc. Intern. Illum. Congr. Cambridge, S. 324–360, 1931.
29) H. P. J. Verbeek u. M. L. Bazen, Physica **2**, 380–382, 1935.
30) H. E. Ives, Journ. Frankl. Inst. 180, 673 bis 701, 1913.
31) H. E. Ives, Journ. Frankl. Inst. 195, 23–44, 1923.
32) T. Smith, Trans. Opt. Soc. 33, 214–227, 1931/32.
33) Sir J. H. Parsons, Trans. Opt. Soc. **33**, 73 bis 134, 1931.
34) E. Haschek, Wien. Ber. 2a, **137**, 513–538, 1928.

35) P. Lasareff, Recherches sur la Theorie ionique de l'excitation. Moskau 1918.
36) P. Lasareff, Pflügers Arch. **154**, 459–469, 1913.
37) P. Lasareff, Pflügers Arch. **155**, 310–317, 1913.
38) F. Exner, Wien. Ber. 2a, 131, 615–641, 1922.
39) F. Aigner, Wien. Ber. 2a, **131**, 299–320, 1922.
40) H. Schober u. M. Triltsch, Sitz.-Ber. Wien. Akad. Wiss. 2a, **137**, 539–550, 1928.
41) H. Schober, Zeitschr. f. Phys. **56**, 702–708, 1929.
42) E. Kravkov, Journ. f. Physiol. u. Neurol. **36**, H. 1 u. 2, 1928.
43) Gesammelte Dissertationen des II. Physikalischen Instituts der Universität in Wien.
44) S. Hecht, Journ. Gen. Physiol. **3**, 1–13, 1921.
45) S. Hecht, Journ. Gen. Physiol. **6**, 731–741, 1924.
46) S. Hecht u. R. S. Williams, Journ. Gen. Physiol. **5**, 1–23, 1923.
47) S. Hecht, Naturwiss. **13**, 66–72, 1925.
48) G. Oesterberg, Dissertation, Kopenhagen. Nyt Nordisk Forlag 1935.
49) H. D. Bouman, Arch. Neerland Physiol. **20**, 439–445, 1935.
50) D. B. Judd, Journ. Amer. Opt. Soc. **20**, 647–660, 1930.
51) W. D. Wright, Amer. Journ. Physiol. **83**, 466–477, 1935.
52) H. E. Roaf, Nature **126**, 825–826, 1930.
53) E. Q. Adams, Abstr. Bull. of Nela Res. Labor. **1**, 692–700, 1925.
54) E. Schrödinger, Wien. Akad. Anz. **27**, 245–246, 1925.
55) R. Hiecke, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **58**, 111–131, 1927.
56) E. Fleischer, Wiss. Zeitschr. f. Polen, H. 20, 55 Seiten, 1930.
57) E. Fleischer, Wiss. Zeitschr. f. Polen, H. 17, 25 Seiten, 1929.
58) J. F. Schouten, Proc. Amsterdam **38**, 599–603, 1935.
59) J. Nuut, Acta Dorpat **20**, Nr 7, 80 Seiten, 1931.
60) F. Weigert, Naturwiss. **9**, 583–588, 1921.
61) F. Weigert, Pflügers Arch. **190**, 177–197, 1921.
62) F. Weigert, Zeitschr. f. phys. Chem. **100** 537–565, 1922.
63) F. Weigert, Zeitschr. f. Elektrochem. **27**, 481–487, 1921.
64) F. Weigert u. M. Nakashima, Naturwiss. **17**, 840–841, 1929.
65) F. Weigert u. E. Elvegård, Zeitschr. f. phys. Chem. B **4**, 239–257, 1929.
66) F. Weigert u. M. Nakashima, Zeitschr. f. phys. Chem. B **4**, 258–276, 1929.
67) F. Weigert u. M. Nakashima, Zeitschr. f. phys. Chem. B **7**, 25–69, 1930.
68) P. P. Lasareff u. L. Teile, Comptes R. Acad. Sc. USSR. (A) 459–460, 1929.
69) Yuji Hosoya u. V. Bayerl, Pflügers Arch. 231, 563–570, 1933.
70) S. Hecht, Journ. Gen. Physiol. **4**, 285–290, 1921.
71) G. Kögel, Photogr. Korrespond. **65**, 248 bis 249, 1929.
72) G. Kögel, Pflügers Arch. **222**, 613–615, 1929.
73) Y. Hosoya u. Zempei Saito, Tokyo Journ. exper. Med. **26**, 172–190, 1935.
74) H. A. Krebs, Biochem. Zeitschr. **189**, 57–59, 1927.
75) H. J. A. Dartnall, C. F. Goodeve u. R. J. Lythgoe, Proc. Roy. Soc. (A) **156**, 158–170, 1936.
76) G. Wald, Nature **132**, 316–317, 1933.
77) G. Wald, Nature **134**, 65, 1933.
78) A. Jores, Rostock. Klin. Wschr. **12**, 1599 bis 1600, 1933.
79) B. u. H. v. Euler, Svensk. Chem. Tidskr. **45**, 173–180, 1933.
80) F. Haurowitz, Deutsche Univ. Prag, Med. Klinik **29**, 1148–1149, 1933.
81) A. M. Judkin, M. Kriss u. A. H. Smith, Amer. Journ. Physiol. **97**, 611–616, 1931.
82) K. Müller, Zeitschr. f. ges. Anat. **81**, 220 bis 238, 1926.
83) F. Weigert u. M. Nakashima, Naturwiss. **17**, 840–841, 1929.
84) F. Weigert, Naturwiss. **18**, 533–534, 1930.
85) O. Brummer, Österr. Chemiker-Zeitung **9**, 1–13, 1937.
86) A. E. Mirsky, Proc. Nat. Acad. USA. **22**, 117–140, 1936.
87) C. T. Eber, Trans. Amer. Ophthalm. Soc. **33**, 451–479, 1935.
88) F. W. Edridge-Green u. T. Smith, Nature **121**, 706–707, 1928.
89) F. W. Edridge-Green, Phil. Mag. (6) **44**, 916–920, 1922.
90) F. W. Edridge-Green, Nature **134**, 777, 1934.
91) J. Joly, Phil. Mag. (6) **41**, 289–304, 1921.
92) J. Joly, Nature **104**, 74, 1919.
93) V. Pospišil, Proc. Intern. Illum. Congr. Cambridge, S. 23–27, 1931.
94) S. R. Cook, Phys. Rev. **38**, 587, 1931.
95) C. A. Rinde, Phys. Rev. **37**, 465, 1931.
96) C. A. Rinde, Phys. Rev. **38**, 588, 1931.
97) A. Klughardt u. M. Richter, Arch. f. techn. Messen V, 433/1, 1933.
98) A. Klughardt u. M. Richter, Arch. f. techn. Messen V, 433/2, 1933.
99) A. König, Gesammelte Werke. Verlag B. G. Teubner, Leipzig.
100) F. Exner, Wien. Ber. 2a, **111**, 901–922, 1902.
101) F. u. S. Exner, Wien. Ber. 2a, **119**, 1–56, 1910.
102) Commission Intern. de l'Eclairage, Compt. Rend. Cambridge, S. 19–29, 1931.
103) Deutsches Farbnormenblatt DIN 5033, Nov. 1935.
104) R. Davis u. K. S. Gibson, Miscell. Publ. Bur. of Stand. Washington Nr 114.
105) J. Guild, Trans. Opt. Soc. Amer. **32**, 1–36, 1931.
106) T. Smith u. J. Guild, Trans. Opt. Soc. Amer. **33**, 73–134, 1931.
107) W. D. Wright, Trans. Opt. Soc. Amer. **31**, 201–218, 1929/30.
108) R. A. Houston u. A. J. Younger, Phil. Mag. (7) **19**, 1107–1115, 1935.
109) R. A. Houston, Phil. Mag. (7), **21**, 505–508, 1936.
110) W. W. Coblentz u. W. B. Emerson, Bull. Amer. Bur. of Stand. **14**, 167, 1918.
111) T. Smith, Phil. Mag. (7) **20**, 1055–1062, 1935.
112) D. B. Judd, Bur. of Stand. Journ. of Res. **14**, 41–57, 1935.
113) D. B. Judd, Journ. Amer. Opt. Soc. **25**, 24–35, 1935.

114) H. E. Ives, Journ. Frankl. Inst. **195**, 23–44, 1923.
115) H. E. Ives, Journ. Frankl. Inst. **180**, 673 bis 701, 1915.
116) J. Guild, Trans. Opt. Soc. Amer. **20**, 95 bis 108, 1924/25.
117) W. Flägge, Zeitschr. f. Instrumentenkde. **96**, 40–43, 1926.
118) W. Dziobek, Zeitschr. f. Instrumentenkde. 96, 81–84, 1926.
119) I. Runge, Zeitschr. f. Instrumentenkde. **48**, 387–396, 1928. Wissenschaftl. Veröffentlichg. aus dem Osramkonzern, Bd. 2.
120) D. B. Judd, Journ. Opt. Soc. Amer. **23**, 359–374, 1933.
121) A. Klughardt, Zeitschr. f. techn. Phys. **8**, 183–184, 1927.
122) A. Klughardt, Zeitschr. f. techn. Phys. **9**, 299–307, 1927.
123) A. Klughardt, Zeitschr. f. techn. Phys. **9**, 385–390, 1928.
124) A. Klughardt, Zeitschr. f. techn. Phys. **10**, 101–103, 1929.
125) E. Haschek, Wien. Ber. 2a, **136**, 461–468, 1927.
126) K. Miescher, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **57**, 46–71, 1925.
127) M. Richter, Das Licht **5**, 124–125, 1935.
128) A. Klughardt u. M. Richter, Das Licht **6**, 144–145, 1936.
129) D. B. Judd, Journ. Amer. Opt. Soc. **21**, 729 bis 747, 1931.
130) D. B. Judd, Journ. of Res. Bur. of Stand. **7**, 827–841, 1931.
131) E. Schrödinger, Zeitschr. f. Phys. **1**, 459 bis 466, 1920.
132) W. Dziobek u. M. Pirani, Licht und Lampe **20**, 102–103, 1931.
133) I. Runge, Zeitschr. f. Instrumentenkde. **49**, 600–603, 1929.
134) W. Ostwald, Physikalische Farbenlehre. Verlag Unesma, Leipzig 1923.
135) E. Schrödinger, Physik. Zeitschr. **26**, 349 bis 351, 1925.
136) Cl. Schäfer u. H. Pese, Physik. Zeitschr. **31**, 720–737, 1930.
137) Cl. Schäfer u. H. Pese, Physik. Zeitschr. **32**, 1–17, 1931.
138) K. Schollmeyer, Physik. Zeitschr. **28**, 504 bis 510, 1927.
139) W. Seitz, Physik. Zeitschr. **32**, 383, 1931.
140) W. Seitz, Physik. Zeitschr. **32**, 112–114, 1931.
141) K. W. F. Kohlrausch, Physik. Zeitschr. **21**, 396–403, 1920.
142) K. W. F. Kohlrausch, Physik. Zeitschr. **21**, 423–426, 1920.
143) K. W. F. Kohlrausch, Physik. Zeitschr. **21**, 473–477, 1920.
144) A. Klughardt, Zeitschr. f. techn. Phys. **9**, 382–390, 1929.
145) A. Bernays, Naturwiss. **21**, 864–866, 1933.
146) M. Richter, Zeitschr. f. techn. Phys. **12**, 582–587, 1931.
147) W. Folkmann, Zeitschr. f. Unterricht **44**, 261–265, 1931.
148) K. Miescher, Zeitschr. f. techn. Phys. **11**, 66–70, 1930.
149) K. Miescher, Zeitschr. f. techn. Phys. **11**, 233–239, 1930.
150) M. Tscherning u. H. Larsen, Journ. Physiol. et Pathol. gen. **24**, 492–507, 1926.
151) K. S. Gibson u. E. P. T. Tyndall, Bull. Amer. Bur. of Stand. **19**, 131–191, 1923.
152) Gesammelte Dissertationen des II. Physikalischen Instituts der Universität in Wien.
153) W. F. Hamilton u. E. Freeman, Journ. Amer. Opt. Soc. **22**, 369–387, 1932.
154) J. Guild, Proc. Opt. Conv. London, I. Teil, 61–147, 1926.
155) J. Guild, Phil. Trans. Roy. Soc. (A) **230**, 149–187, 1931.
156) W. D. Wright, Trans. Opt. Soc. **30**, 141–164, 1928/29.
157) L. Troland, Journ. Amer. Opt. Soc. **6**, 527–596, 1922.
158) D. B. Judd, Journ. Amer. Opt. Soc. **21**, 699–728, 1931.
159) D. B. Judd, Journ. Amer. Opt. Soc. **22**, 531–540, 1931.
160) E. Haschek, Wien. Ber. 2a, **143**, 71–78, 1934.
161) S. Hecht, Journ. Amer. Opt. Soc. **21**, 615 bis 630, 1931.
162) H. Schulz, Zeitschr. f. Phys. **32**, 173–179, 1925.
163) H. Schultz, Zeitschr. f. techn. Phys. **12**, 421–424, 1931.
164) P. J. Bouma, Proc. Amsterdam **38**, 35–45, 1935.
165) P. J. Bouma, Proc. Amsterdam **38**, 148–161, 1935.
166) P. J. Bouma u. G. Heller, Proc. Amsterdam **38**, 258–271, 1935.
167) G. Haase, Ann. Phys. **20**, 75–105, 1934.
168) H. Laurens u. W. F. Hamilton, Amer. Journ. Physiol. **65**, 547–568, 1923.
169) D. B. Judd, Journ. Amer. Opt. Soc. **22**, 75–108, 1932.
170) W. D. Wright u. F. H. G. Pitt, Proc. Phys. Soc. **46**, 459–473, 1934.
171) E. P. T. Tyndall, Journ. Amer. Opt. Soc. **23**, 15–24, 1933.
172) A. Klughardt u. M. Richter, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **66**, 103–136, 1935.
173) M. Richter, Das Licht **6**, 69–70 u. 88–91, 1936. Auszug in Wissenschaftl. Veröffentlichg. aus dem Osramkonzern, Bd. 4.
174) M. Richter, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **51**, 67–102, 1935.
175) L. A. Jones und F. M. Lowry, Journ. Amer. Opt. Soc. **13**, 25–34, 1926.
176) F. L. Warburton, Proc. Roy. Soc. **48**, 38–48, 1936.
177) F. Exner, Wien. Ber. 2a **128**, 71–84, 1919.
178) F. Hillebrand, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **51**, 46–95, 1920.
179) T. Smith, Trans. Opt. Soc. **33**, 231–233, 1931/32.
180) R. Hiecke, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **59**, 67–78, 1929.
181) A. Kohlrausch, Das Licht **5**, 259–260 u. 275–279, 1935.
182) R. G. Weigel, Dissertation, Techn. Hochschule Karlsruhe.
183) R. G. Weigel, Das Licht **5**, 15–16, 43–48, 71–72 u. 279–280, 1935.
184) H. v. Helmholtz, Handbuch der physiol. Optik, 2. Aufl. 1896, S. 319 u. 321.
185) E. P. Hyde, W. E. Forsythe u. I. E. Cady, Astrophys. Journ. **48**, 65–88, 1918.
186) H. E. Ives, Phil. Mag. (6) **24**, 167–188, 1912.
187) H. Bender, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **50**, 1–41, 1916.

188) Cl. Schäfer, Physik. Zeitschr. **26**, 58–64, 1925.
189) Cl. Schäfer, Physik. Zeitschr. **26**, 908–912, 1925.
190) J. Jaumann, Zeitschr. f. Phys. **69**, 153–184, 1931.
191) J. Malassez, Journ. de Phys. et Radium (7) **21**, 47–49, 1931.
192) R. A. Houston, Phil. Mag. (7) **11**, 552–569, 1931.
193) D. B. Judd, Bur. of Stand. Journ. of Res. **6**, 465–471, 1931.
194) D. B. Judd, Journ. Amer. Opt. Soc. **21**, 267–275, 1931.
195) D. B. Judd, Journ. Amer. Opt. Soc. **23**, 194, 1933.
196) H. E. Ives, Journ. Frankl. Inst. (II) **188**, 217–235, 1919.
197) C. F. Goodeve, Proc. Roy. Soc. **155**, 644 bis 683, 1936.
198) W. de Groot, Nature **134**, 494, 1934.
199) D. B. Judd, Bur. of Stand. Journ. of Res. **6**, 465–471, 1931.
200) N. T. u. V. I. Fedorova, C. R. Moskau N. S. S. 377–380, 1936.
201) W. Hofmann, Strahlentherapie **39**, 93–102, 1930.
202) W. Hofmann, Fortschr. Röntgenstr. **42**, 12–13, 1931.
203) P. Bächtinger, Helv. Physica Acta **5**, 102 bis 105, 1932.
204) J. Saidmann u. L. G. Dufestel, C. Rend. **132**, 1173–1175, 1926.
205) H. Schober, Die Umschau **39**, 481–482, 1935.
206) C. F. Goodeve, Nature **134**, 416–417, 1934.
207) R. J. Taylor, Nature **135**, 68–69, 1935.
208) W. de Groot, Nature **135**, 35, 1935.
209) R. Fabry, Nature **134**, 736, 1934.
210) J. Saidmann, C. Rend. **196**, 1537–1539, 1933.
211) H. Schober, Nature **134**, 898, 1934.
212) F. A. Geldard, Journ. Opt. Soc. Amer. **23**, 256–260, 1933.
213) W. D. Wright, Reports Phys. Soc. Progress. **3**, 307–310, 1937.
214) F. H. G. Pitt, Spe. Rep. Med. Res. Coun. London, Nr 200, 1935.
215) K. Müller, Typen der Farbenblindheit. Verlag Vandenhoeck u. Ruprecht, Göttingen 1922.
216) H. Köllner, Die Störungen des Farbensehens. Verlag Karger, Berlin 1922.
217) K. Stargardt u. H. Oloff, Diagnostik der Farbensinnstörungen. Verlag J. Springer, Berlin 1912.
218) S. H. Parsons, An Introduction to the study of colour vision. Cambridge 1924.
219) J. Rosmanit, Anleitung zur Feststellung der Farbentüchtigkeit. Verlag Deuticke, Wien 1914.
220) J. Schmidt, Das Licht **5**, 73–76 u. 99–102, 1935.
221) E. Wölfflin, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **54**, 49–57, 1922.
222) F. Exner, Wien. Ber. 2a, **131**, 615–641, 1922.
223) E. Engelking, Graefes Arch. d. Augenheilk. **116**, 196–244, 1925.
224) H. Hartung, Klin. Mbl. Augenheilk. **76**, 229–240, 1926.
225) H. Larsen, C. R. Soc. Biol. **86**, 466, 1922.
226) I. Schmidt, Klin. Mbl. Augenheilk. **92**, 456–467, 1934.
227) A. Pollack, C. r. Soc. Biol. Paris **197**, 1003 bis 1005, 1933.
228) A. Pollack, C. r. Soc. Biol. Paris **197**, 1253 bis 1254, 1933.
229) A. Pollack, Ann. d'Ocul. **171**, 289–311, 1934.
230) A. Guttmann, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **43**, 199–224, 1909.
231) W. A. Nagel, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **41**, 239–282, 1906.
232) E. Engelking, Klin. Mbl. Augenheilk. **74**, 68–93, 1925.
233) E. Engelking, Klin. Mbl. Augenheilk. **77**, Beilageheft S. 61–75, 1926.
234) J. J. van der Horst, Diss., Amsterdam 1933. Ref.: Zbl. Ophthalm. **16**, 43, 1923.
235) H. Rydin, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **60**, 148–161, 1929.
236) E. Haas, C. r. Acad. Paris **178**, 418, 1924.
237) E. Holzlöhner u. W. H. Stein, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **61**, 209–224, 1930.
238) S. W. Kravkov, Journ. f. Psychol. u. Neurol. **38**, 282–291, 1928.
239) Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik. 11. Aufl. Bd. 2, I. Teil, S. 534.
240) E. Panico, Zbl. Ophthalm. **25**, 596, 1931.
241) E. Puhl, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **63**, 1–37, 1932.
242) L. Troland, Licht und Lampe, S. 185–187, 1923.
243) M. Boehmig, Münch. med. Wschr. **69**, 962, 1922.
244) E. Wölfflin, Klin. Mbl. Augenheilk. **69**, 205–208, 1922.
245) V. A. Coronel, Arch. di fisiol. **31**, 261–265, 1932. Ref.: Physiol. Ber. **70**, 152, 1933.
246) F. L. Candian, Ateneo pharm. **2**, 233, 1930. Referat Zbl. Ophthalm. **24**, 76, 1930.
247) P. J. Bouma, Physica **1**, 429–436, 1934.
248) K. Groß, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **62**, 44 bis 48, 1932.
249) P. Lasareff, N. Pollmann u. A. Gamburceva, C. R. Leningrad **2**, 472–474, 1934.
250) E. Wölfflin, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **54**, 49–57, 1922.
251) J. F. Allen, Canad. Journ. of Res. **8**, 390–401, 1933.
252) W. Trendelenburg, Pflügers Arch. **201**, 235–246, 1923.
253) W. Trendelenburg, Zeitschr. f. Sinnesphysiol. **48**, 199–210, 1913.
254) E. B. Streiff, Ras. Ital. Ottalm. **3**, 66–90, 1934.
255) M. Jalin, Sovet, Vestoftalm. **8**, 150–151, 1936.
256) R. Bonnardel, Trav. hum. **4**, 65–79, 1936.
257) J. Schmidt, Klin. Mbl. Augenheilk. **96**, 289–306, 1936.
258) W. Trendelenburg, Klin. Mbl. Augenheilk. **93**, 433–439, 1934.
259) E. Engelking, Zbl. Ophthalm. **27**, 226–227, 1932.
260) E. Engelking, Klin. Mbl. Augenheilk. **90**, 9–21, 1933.
261) W. Nagel, Zeitschr. f. Augenheilk. **17**, 216–249, 1907.
262) A. Verrey u. W. Wölfflin, Klin. Mbl. Augenheilk. **71**, 228–231, 1923.
263) A. Gelb u. R. Granit, Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. d. Sinnesorg. **93**, 83–118, 1923.
264) F. Lindmaier, Wien. Ber. 2a, **145**, 611–637, 1936.

265) H. v. Helmholtz, Handbuch der physiologischen Optik, Bd. 2. Verlag L. Voss, Hamburg, 3. Aufl. 1911, S. 334.
266) A. C. Hardy, Journ. Amer. Opt. Soc. **18**, 96–117, 1929.
267) S. Rösch, Zeitschr. f. techn. Phys. **12**, 411–417, 1931.
268) K. Schloßmacher, Fortschr. Mineral. **14**, 71–72, 1929.
269) K. Schloßmacher, Zeitschr. f. Kristall. **72**, 447–475, 1929.
270) K. Fischer, Zeitschr. f. Instrumentenkde. **51**, 347–360, 1931.
271) J. Wouda, Proc. Amsterdam **38**, 585–589, 1935.
272) G. A. Homes, Physica **6**, 104–130, 1932.
273) W. Ostwald, Farbenatlas. Verlag Unesma, Leipzig 1918.
274) M. Boltz, Wiss. Veröff. Zentrallab. Agfa **4**, 42–48, 1935.
275) A. H. Munsell, Atlas of the Munsell Color System, Boston 1915.
276) P. Baumann, Neue Farbtonkarte, System Prase, Aue i. Sachsen, 1927.
277) Roger E. Rusk, Journ. Amer. Opt. Soc. **23**, 82–183, 1933.
278) M. Rea Paul, Journ. Amer. Opt. Soc. **21**, 358–360, 1931.
279) C. Pulfrich, Zeitschr. f. Instrumentenkde. **45**, 521–530, 1925.
280) C. Zeiß, Meß Nr. 430.
281) C. Pulfrich, Zeitschr. f. Instrumentenkde. **45**, 35–44 u. 61–70, 109–120, 1925.
282) P. Nutting, Scient. Pap. Bur. of Stand. Washington, Nr. 187, 1912.
283) S. Rösch, Physik. Zeitschr. **29**, 83–91, 1928.
284) L. Arons, Ann. Phys. **33**, 799–832, 1910.
285) R. A. Houston, Trans. Opt. Soc. London **33**, 109, 1932.
286) R. A. Houston, Phil. Mag. (7) **17**, 1047 bis 1057, 1934.
287) H. E. Ives, Journ. Frankl. Inst. **164**, 47–56 u. 421–423, 1907.
288) J. Zernike, Journ. Opt. Soc. Amer. **22**, 418–421, 1932.
289) H. P. J. Verbeek, Physica **13**, 77–82, 1933.
290) J. Guild, Trans. Opt. Soc. London **27**, 106–129, 1925.
291) G. Bernheim u. A. Guntz, Chim. et Ind. **27**, 3–175, 1932.
292) R. Donaldson, Proc. Phys. Soc. **47**, 1068 bis 1073, 1935.
293) E. Leitz, Wetzlar, Katalog.
294) D. Nickerson, Journ. Amer. Opt. Soc. **21**, 640–642, 1931.
295) A. Hilger, Journ. Scient. Instrumentenkde. **13**, 199–201, 1936.
296) H. Naumann, Zur Farbenlehre, Diss., Dresden 1932.
297) H. Pese, Zeitschr. f. techn. Phys. **12**, 418 bis 421, 1931.
298) L. Bloch, Zeitschr. f. techn. Phys. **4**, 175 bis 182, 1923.
299) C. Zeiß, Meß Nr. 430a.
300) E. Haschek u. M. Haitinger, Wien. Ber. **141**, 621–631, 1932.
301) H. E. Ives, Phys. Rev. **6**, 334–344, 1915.
302) B. Lange, Die Photoelemente und ihre Anwendungen. 2. Bd. Verlag Joh. Ambr. Barth, Leipzig 1936.
303) J. Guild, Journ. Scient. Instrum. **11**, 69, 1934.
304) L. Bloch, Naturwiss. **20**, 919–921, 1932.
305) H. Cohn, Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik. 11. Aufl., Bd. 2, 2. Teil, 1. Hälfte, S. 1104–1320, 1929. Verlag Fr. Vieweg, Braunschweig.
306) E. Brodhun, Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften, Bd. 6, S. 231–279, 1927.
307) H. König, Arch. f. techn. Messen V, 422/1, 1935.
308) B. Lange, Zeitschr. f. Instrumentenkde. **53**, 344–349 u. 379–387, 1933.
309) A. Dresler, Elektrotechn. Zeitschr. **54**, 476–477, 1933.
310) L. Tikhodeew, Chambre Centr. de Poids et Mesures de l'USSR., Nr 91.
311) H. König, Helvet. Phys. acta **8**, 82–88, 1935.
312) H. König, Helvet. Phys. acta **8**, 211–224, 1935.
313) H. König, Helvet. Phys. acta **8**, 637–650, 1935.
314) H. König, Helvet. Phys. acta **7**, 433–453, 1934.
315) W. Arndt, Das Licht **4**, 64–66, 1934.
316) W. Arndt u. A. Dresler, Das Licht **3**, 213–215 u. 231–233, 1933.
317) Mc. Luckiesh u. E. Moss, Journ. Frankl. Inst. **215**, 401–410, 1933.
318) A. Klein, Das Licht **4**, 81–82, 1934.
319) L. Schneider, Das Licht **4**, 122–125 u. 143–145, 1934.
320) H. Schober u. H. Jung, Zeitschr. f. techn. Phys. **17**, 84–93, 1936.
321) R. E. Farnham u. R. E. Worstell, Illum. Soc. Mot. Pict. Eng. **17**, H. 3. Bericht in: Kinotechnik **18**, 335–336, 1936.
322) L. Bloch, Lichttechnik. Verlag Oldenbourg, München 1921.
323) M. Richter, Das Licht **6**, 223–226 u. 251 bis 253, 1936.
324) P. J. Bouma, Philips Techn. Rundschau **2**, 1–7, 1937.
325) I. Escher-Desrivieres, Proc. Intern. Illum. Soc. S. 256–274, Cambridge 1931.
326) D. B. Judd, Bur. of Stand. Journ. of Res. **5**, 1161–1177, 1930.
327) D. B. Judd, Journ. Amer. Opt. Soc. **23**, 7–14, 1933.
328) J. S. Preston, Proc. Phys. Soc. **47**, 1012 bis 1018, 1935.
329) J. G. Priest, Journ. Amer. Opt. Soc. **23**, 41–45, 1933.
330) R. Kövesligethy u. P. Selenyi, Proc. Intern. Illum. Comm. Cambridge, S. 164–169, 1931.
331) M. Laporte u. Fr. Gans, Journ. de Phys. et Radium (7) **7**, 129–130, 1936.
332) Das Licht **5**, S. 229, 1935.
333) H. Abraham, C. R. Intern. Illum. Congr. Cambridge, S. 598–602, 1931.
334) C. Müller, H. Theissing u. W. Esmarch, Zeitschr. f. techn. Phys. **14**, 107–110, 1933.
335) Tagung der IBK. in Berlin und Karlsruhe, Das Licht **5**, 229, 1935.
336) Tagung der IBK. in Berlin und Karlsruhe, Das Licht **5**, 230, 1935.
337) G. Naeser, Zeitschr. f. techn. Phys. **10**, 160–163, 1929.
338) D. B. Judd, Bur. of Stand. Journ. of Res. **5**, 1161–1167, 1930.
339) D. B. Judd, Journ. Amer. Opt. Soc. **23**, 35–40, 1933.

340) K. S. Gibson u. G. W. Haupt, Bur. of Stand. Journ. of Res. **13**, 433–451, 1934.
341) L. S. Ornstein, M. J. G. Eymers u. D. Vermeulen, Proc. Amsterdam **37**, 385 bis 391, 1934.
342) I. Djomkina, Verh. opt. Inst. Leningrad **82**, 19–26, 1932.
343) E. Meyer, Physik. Zeitschr. **33**, 665–670, 1932.
344) I. H. Goldlove u. A. E. O. Munsell, Journ. Amer. Opt. Soc. **24**, 269–277, 1931.
345) D. Nickerson, Journ. Amer. Opt. Soc. **21**, 643–650, 1931.
346) M. Yazima u. H. Kanazewa, Proc. Phys. Mathe. Soc. Japan (3) **16**, 216–220, 1931.
347) E. Schrödinger, Ann. Phys. **62**, 603–622, 1920.
348) D. L. Mc Adam, Journ. Amer. Opt. Soc. **25**, 249–252, 1935.
349) D. L. Mc Adam, Journ. Amer. Opt. Soc. **25**, 361–367, 1935.
350) W. E. Knowles-Middleton, Trans. Roy. Soc. Canad. (3) **29**, 127–154, 1935.
351) E. Noteboom, Zeitschr. f. Instrumentenkde. **55**, 317–336, 1935.
352) P. Kubelka u. F. Munk, Zeitschr. f. techn. Phys. **12**, 593–601, 1931.
353) Katalog der Fa. Schmidt u. Haensch, Berlin.
354) G. P. Woronkoff, Zeitschr. f. techn. Phys. **5**, 99–107, 1924.
355) W. Arndt, Das Licht **6**, 75, 1936.
356) A. Dresler, Das Licht **7**, 81–85, 1937.
357) M. Schmidt, Dissertation Dresden 1935.
358) M. Richter, Das Licht **7**, 90–91, 1937.

Wien, Physik. Institut der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 13. März 1937.)

BESPRECHUNGEN.

Sämtliche in diesem Heft besprochenen oder vom Verlag angezeigten Bücher sind in allen deutschen Buchhandlungen zu erhalten.

P. Debye, Methoden zur Bestimmung der elektrischen und geometrischen Struktur von Molekülen. Gr. 8°. 34 S. Leipzig 1937. S. Hirzel. RM 1.50.

In seinem Nobelvortrag zeigt Debye mit gewohnter Meisterschaft die Wege, die er selbst zur Aufklärung der elektrischen und räumlichen Struktur der Moleküle gebahnt hat. Ausgehend von der Deutung der dielektrischen Größen, aus denen man im Laufe der Zeit immer feinere Schlüsse nicht nur auf den Molekülbau, sondern auch auf den inneren Zustand der Flüssigkeiten zu ziehen gelernt hat, werden im weiteren die Röntgeninterferenzen an Gasmolekülen eingehender besprochen. Den Abschluß bilden Hinweise auf noch schwebende Fragen, etwa ob man die thermischen Schwingungen in Molekülen interferometrisch messen kann, oder welche Aussicht besteht, die Lage der leichten Atome, besonders der Wasserstoffatome, in Molekülen festzulegen. Die engen Beziehungen aller in diesem Überblick geschilderten Gedankengänge und Versuchsergebnisse zu den Bildern, die sich die Chemiker schon früher von den Molekülen gemacht hatten, haben dem Verfasser die Auszeichnung für die Förderung der Chemie eingetragen; nichtsdestoweniger wird aber jeder Physiker den Vortrag als eine ganz besonders fesselnde und leicht lesbare Übersicht über Entwicklung und jetzigen Stand des Gebietes mit großem Gewinn lesen.

L. Ebert.

W. Müller, Einführung in die Mechanik des Fluges. VIII und 115 S. mit 55 Abb. Leipzig 1936. Dr. Max Jänecke. RM 4.80.

Das Buch ist ein Niederschlag der Prager Vorlesungen des Verfassers, es gibt eine Einführung in das gesamte Gebiet der Flugmechanik. Der 1. Abschnitt behandelt die aeromechanischen Grundlagen, soweit sie für das Verständnis der Flugmechanik von Bedeutung sind. Im 2. Abschnitt (stationäre und angenähert stationäre Bewegungszustände) werden im wesentlichen die Grundformeln des Horizontalfluges, Gleit-, Segel- und Höhenfluges dargestellt. Der 3. Abschnitt ist der Behandlung einiger instationärer Bewegungen gewidmet: Abfangen aus dem Gleitflug, Sturzflug, Kurvenflug, Start und Landung. Der 4. Abschnitt enthält die Grundtatsachen der Stabilität.

Die mathematischen Voraussetzungen sind auf ein Mindestmaß beschränkt, diese Beschränkung erlegt natürlich auch eine Begrenzung der behandelten Fragen auf, sie macht aber andererseits das Buch für eine Einführung in das Gebiet der Flugmechanik besonders wertvoll. So füllt es sicher eine Lücke in unserer Flugliteratur aus. Die Klarheit der Darstellung und die Fülle des gebotenen Stoffes auf so knappem Raum werden dem Buch viele Freunde werben. A. Naumann.

J. C. Poggendorffs biographisch-literarisches Handwörterbuch für Mathematik, Astronomie, Physik mit Geophysik, Chemie, Kristallographie und verwandte Wissensgebiete. Bd. VI: 1923 bis 1931. Herausgegeben unter Mitwirkung der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, der Heidelberger Akademie der Wissenschaften, der Bayerischen Akademie der Wissenschaften zu München und der Akademie der Wissenschaften in Wien von der Sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig. Redigiert von H. Stobbe. I. Teil. A–E. Gr.-8°. LXXII u. 696 S. Berlin 1936. Verlag Chemie, G. m. b. H. RM 85.—.

Dem Leserkreis dieser Zeitschrift braucht man die Bedeutung von Poggendorffs Handwörterbuch nicht zu erklären. Historisch sei erwähnt, daß es bereits auf das ehrwürdige Alter von 69 Jahren zurückblickt. Der letzte, V., Band aus dem Jahre 1926 enthielt Lebensdaten und Leistungen von 5400 Fachgelehrten, der jetzige wird, abgeschlossen, 8400 Namen enthalten. Diese Vergrößerung entspricht nicht nur dem Zuwachs der Gelehrten der exakten Wissenschaften, sondern auch einer gewissen Verbreiterung der aufgenommenen Materie.

Dies gilt insbesondere der Aufnahme wertvoller Forschungsergebnisse der Technik, der Geschichte der Naturwissenschaften, Geophysik, Meteorologie, Luftfahrt, physiologischen Physik und Chemie, physikalischen und chemischen Forschung in der Mineralogie, Geologie, Forschungsreisen u. a. Die Zahl der berücksichtigten Zeitschriften beträgt mehr als 3500, die — wohl erstmalig in einem Handwörterbuch — unter den genormten Abkürzungen des „Code international d'abreviations des titres de periodiques" erscheinen.

Soweit die aufgenommenen Autoren erstmalig in diesem Band auftreten, sind auch ihre früheren Arbeiten aufgeführt. Dies bedingt z. B. bei dem physiologischen Chemiker Abderhalden die Aufzählung von rund 1000 (!) Veröffentlichungen, die jedoch durch sparsamen (und trotzdem übersichtlichen) Satz auf nur 9 Seiten untergebracht werdan. Sehr begrüßenswert ist, daß von allen Autoren, euch den schon in früheren Bänden vorhandenen, die Lebensdaten aufgeführt werden, zum großen Teil auf ihre eigenen Mitteilungen zurückgehend und daher besonders zuverlässig. Interessant sind hier die Angaben, wessen Schüler der betreffende Gelehrte gewesen ist. Verhältnismäßig selten treten verwandtschaftliche Beziehungen zu anderen naturwissenschaftlichen Gelehrten auf.

Alles in allem: ein mustergültiges Werk! Bedauerlich ist nur, daß bei seinem Abschluß (angekündigt für 1938) die Veröffentlichungen der letzten sieben Jahre fehlen werden. Vielleicht läßt sich dieses zeitliche Nachhinken in Zukunft doch etwas abkürzen. L. Schiller.

Regeln für Meßverfahren bei Abnahmeversuchen. Teil I: Regeln für Temperaturmessungen. DIN A 4. 10 S. Mit 40 Abb. auf 5 beigegebenen Bildblättern. Berlin 1936. VDI-Verlag G. m. b. H. RM 2.—.

Der Verein Deutscher Ingenieure bringt eine Reihe von Regeln für Meßverfahren bei Abnahmeversuchen heraus. Diese Regeln sollen die VDI-Regeln für die Durchführung der Abnahmeversuche ergänzen, indem sie Vorschriften für die dabei auftretenden Meßverfahren enthalten. Als 1. Heft liegen jetzt die Temperaturmeßregeln vor. Sie geben eine Zusammenstellung über Arten der Meßgeräte und ihre Eignung für die verschiedenen Anwendungsgebiete, über ihren Einbau und ihre Einbaufehler, über die Temperaturmessung und über Prüfung und Genauigkeit der einzelnen Meßgeräte. Die Regeln enthalten alles, was für die betriebsmäßige Durchführung der Messung notwendig ist; sie enthalten auch zahlreiche Hinweise für die laboratoriumsmäßige Temperaturmessung. Für den messenden Physiker, der erhöhte Genauigkeit fordert, machen sie jedoch das Zurückgreifen auf die Originalliteratur nicht entbehrlich. Ein umfangreicher Schrifttumsnachweis erleichtert dies.

A. Naumann.

VDI-Jahrbuch 1937. Die Chronik der Technik. Din A 5. XII u. 228 S. Berlin 1937. VDI-Verlag G. m. b. H. RM 3.50.

Der Verein Deutscher Ingenieure gibt die vierte Folge des VDI-Jahrbuches heraus. 89 Mitarbeiter haben unter Zugrundelegung von über 4000 Arbeiten, die in Randnoten angemerkt sind, einen umfassenden Überblick über die wissenschaftlichen und technischen Fortschritte im vergangenen Jahre gestaltet. Die schon in den vorangegangenen Auflagen behandelten Hauptabschnitte, die alle Gebiete technischer Forschung und Praxis umfassen, werden ergänzt durch einen Abschnitt „Gedenktage der Technik". Für den Leser der Physikalischen Zeitschrift ist besonders der erste Hauptabschnitt „Allgemeine Wissenschaften" von Interesse, der in über 500 Randnoten über 750 Schrifttumsnachweise enthält.

Das VDI-Jahrbuch 1937 reiht sich seinen Vorgängern würdig an; es wird in Fachkreisen die gleiche gute Aufnahme finden.

A. Naumann.

NACHRICHTEN.

Die Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte und die Deutsche Gesellschaft für Geschichte der Medizin, Naturwissenschaft und Technik haben eine gemeinsame Erklärung veröffentlicht, in der sie dagegen protestieren, daß Copernikus auf der Pariser Weltausstellung von den Polen als Hauptvertreter polnischer Geistesheroen gefeiert wird. Sie weisen dabei darauf hin, daß Copernikus rein deutscher Abstammung ist und einen der hervorragendsten Plätze in der deutschen Naturforschung einnimmt.

Habilitiert: An der Universität Kiel Dr. Walter Lochte-Holtgreven für Physik, an der Universität Hamburg Dr. G. Endres für Chemie.

Ehrung: Von der Universität Athen wurden bei der Jahrhundertfeier zu Ehrendoktoren ernannt: der ord. Professor der theoretischen Physik an der Universität Berlin Geh. Regierungsrat Dr. Max Planck und die ord. Professoren an der Universität München Geh. Regierungsräte Dr. Arnold Sommerfeld (theoretische Physik) und Dr. Heinrich Wieland (Chemie), sowie der Professor für Geophysik an der Universität Jena Dr. August Seeberg; Geh. Regierungsrat Prof. Dr. C. Bosch, Heidelberg wurde zum Präsidenten der Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften in Berlin gewählt.

Ernannt: Der ord. Professor für Chemie an der Universität Berlin und Redaktionsbeirat der Zeitschriften des Vereins deutscher Chemiker Dr. Artur Binz zum Professor an der Biochemical Research Founderation des Franklin Institute in Philadelphia, der ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Innsbruck Dr. Viktor F. Hess in gleicher Eigenschaft an der Universität Graz, der Dozent an der Technischen Hochschule Danzig Dr. Robert Juza zum etatsmäßigen Dozenten für anorganische und analytische Chemie an der Universität Heidelberg, der nichtbeamtete a. o. Professor an der Universität Königsberg Dr. Eduard Gottfried Stoinke zum ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Freiberg i. Br.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Chemie an der Universität Würzburg Geh. Regierungsrat Dr. Otto Dimroth.

Verantwortlicher Schriftleiter: Professor Dr. Dr. h. c. P. Debye, Berlin. — Für den Anzeigenteil verantwortlich: A. Plohmann, Leipzig. — Verlag S. Hirzel, Leipzig C 1, Königstr. 2. — Druck: Bibliographisches Institut AG., Leipzig. — „I. v. W. g." — Zur Zeit gilt Anzeigenpreisliste 3. — Printed in Germany.